

BAB I

PENDAHULUAN

A. Latar Belakang Masalah

Fenomena kehidupan bagi setiap manusia, pasti menginginkan hidup bahagia. Salah satu diantaranya yakni hidup lebih baik dari sebelumnya atau bisa disebut hidup lebih maju. Hidup maju tersebut didukung atau dapat diwujudkan melalui pendidikan. Pendidikan merupakan suatu aspek yang penting dalam perkembangan dan kemajuan suatu bangsa. Hal ini menjadi tujuan utama dalam meningkatkan kualitas sumber daya manusia yang berkualitas dan handal pula di berbagai bidang kehidupan, sehingga peranan penyempurnaan dan peningkatan proses penyelenggaraan pendidikan mutlak harus terus dilaksanakan. Sebagaimana tercantum dalam rumusan tujuan pendidikan nasional no. 2 Tahun 1989 Bab II pasal 4 yang berbunyi:

“Pendidikan Nasional bertujuan mencerdaskan kehidupan bangsa dan mengembangkan manusia Indonesia seutuhnya yaitu manusia yang beriman dan bertaqwa terhadap Tuhan Yang Maha Esa dan berbudi pekerti luhur, memiliki pengetahuan dan keterampilan, kesehatan jasmani dan rohani, kepribadian yang mantap dan mandiri serta rasa tanggung jawab kemasyarakatan dan kebangsaan”.¹

Sistem pendidikan nasional berfungsi mengembangkan kemampuan dan membentuk watak serta peradaban yang bermartabat dalam rangka mencerdaskan

¹ Undang-Undang No.2 Tahun 1989, *Tentang Sistem Pendidikan Nasional* (Jakarta: PT Armaus Duta Jaya, 1989), h.52.

kehidupan bangsa. Selain itu, berfungsi untuk berkembangnya potensi peserta didik agar menjadi manusia yang beriman dan bertaqwa kepada Tuhan Yang Maha Esa, berakhlak mulia, sehat, berilmu, cakap, kreatif, mandiri dan warga negara yang demokratis dan bertanggung jawab.²

Salah satu upaya dalam merealisasikan tujuan pendidikan di atas, matematika merupakan salah satu komponen terpenting di bidang pendidikan yang harus dikembangkan. Matematika merupakan subjek yang sangat penting dalam sistem pendidikan. Oleh karena itu, matematika dijadikan salah satu mata pelajaran wajib di sekolah mulai dari tingkat SD/MI, SMP/MTS, sampai tingkat SMA/MA. Urgensi belajar matematika tidak lepas dari perannya dalam segala jenis dimensi kehidupan, terutama sebagai sarana untuk memecahkan masalah baik pada matematika maupun dalam bidang lainnya.

Menguasai dan memahami mata pelajaran matematika bukan hal yang mudah. Seringkali ditemui kendala dalam pembelajaran matematika. Dalam hal ini guru sebagai pendidik, mempunyai peranan penting dalam keberhasilan pembelajaran. Sehingga dibutuhkan seni mengajar dari seorang guru sebagai upaya pencapaian keberhasilan tersebut.

”Tanpa filsafat, pendidikan matematika menjadi lemah. Lemahnya pendidikan matematika di Indonesia merupakan akibat tidak diajarkannya filsafat atau latar belakang ilmu matematika. Dampaknya, siswa, bahkan mahasiswa, pandai

² Undang-Undang RI No. 20 Tahun 2003, *Tentang Sistem Pendidikan Nasional Beserta Penjelasan*, (Bandung : Citar Umbara Bandung : 2003), h. 7

mengerjakan soal, tetapi tidak bisa memberikan makna dari soal itu. Matematika hanya diartikan sebagai sebuah persoalan hitung-hitungan yang siap untuk diselesaikan atau dicari jawabannya”.

Demikian diungkapkan Prof. DR. Maman A. Djauhari guru besar dari ITB dalam acara pembukaan Konferensi Matematika dan Statistika antara Indonesia-Malaysia, yang digelar di Institut Teknologi Sepuluh Nopember (ITS) Surabaya. Konferensi untuk kedua kalinya ini digelar selama dua hari, 11-12 Januari, diikuti para pakar matematika dan statistika dari Malaysia dan Indonesia dengan pemaparan hasil kajian oleh lima orang doktor dan profesor dari Malaysia. Maman juga memaparkan bahwa akibat dari tidak disampaikan tentang filsafat matematika, ke depan Indonesia masih tetap sebagai bangsa yang hanya sebagai pengguna ilmu, bukan penemu ilmu.

”Kondisi ini sangat memprihatinkan, karena memang pola pendidikan kita mulai dari sekolah dasar hingga perguruan tinggi, tidak diposisikan sebagai orang yang disiapkan untuk menjadi penemu ilmu. Siswa dan mahasiswa lebih diposisikan sebagai pengguna ilmu. Fakta ini sangat memprihatinkan dibanding dengan kita dicap hanya sebagai bangsa pengguna teknologi,” katanya. Akibat dari semua itu kata dia, sering ditemui siswa atau mahasiswa tidak mampu memberikan penjelasan atau interpretasi terhadap sebuah soal dalam matematika. Misalnya, Maman menyodorkan sebuah contoh, betapa para siswa SMA dan mahasiswa akan dengan mudah dan dipastikan benar, manakala diminta untuk mengerjakan soal determinan dari sebuah

matrik. Tapi ketika ditanya lebih lanjut apa makna dan pengertian dari determinan yang telah dikerjakannya itu, hampir dapat dipastikan, tidak ada yang mengerti.³

Definis filsafat (*philosophy*), secara etimologis berasal dari bahasa Yunani *philo/philein* dan *sophia*; bahasa Inggris *the love of wisdom* atau *the love of truth* yang berarti cinta kebenaran dan cinta kebijaksanaan.⁴ Secara terminologis, filsafat berarti pencarian kebenaran dalam hidup demi kepentingan dan bagi manusia.⁵ *Philosophy is the art and law of life, and it teaches us what to do in all cases, and like good marksmen, to hit the white at any distance.*⁶

Filsafat adalah ilmu tentang prinsip, ilmu yang mempelajari dengan mempertanyakan secara radikal segala realitas melalui sebab-sebab terakhir, melalui asas-asasnya guna memperoleh pandangan (*insight*) yang tepat mengenai realitas.⁷ Filsafat juga bisa dikatakan sebagai *master scientiarum* atau induk ilmu pengetahuan. Filsafat disebut induk ilmu pengetahuan karena memang filsafat yang telah melahirkan segala ilmu pengetahuan yang ada. Keberadaan filsafat terus-menerus di sepanjang sejarah peradaban manusia sejak kelahirannya sekitar 25 abad yang telah lalu memberikan kesaksian yang meyakinkan betapa pentingnya filsafat bagi manusia.

³ Masbied, Filsafat Pendidikan Matematika, <http://www.masbied.com/2010/03/20/filsafat-pondidikan-matematika.html>, diakses pada tanggal 2 April 2012

⁴ Paul Edward, *The Encyclopedia of Philosophy*, vol.VI, (New York: Macmillan Publishing Co., Inc. The Free Press, 1967), p.216

⁵ Jacques P. Thiroux, *Philosophy Theory and Practice*, (New York: Macmillan Publishing Co., 1985), p. 9

⁶ Theodore Schick, Jr., Lewis Vaughn, *Doin Philosophy: An Introduction Through Thought Experiment*, (New York: McGraw-Hill Education, 2002), p. 4

⁷ W. Peospoprodjo, *Logika Scientifika Pengantar Dialektika dan Ilmu*, (Bandung: Pustaka Grafika, 1999), h.21

Filsafat membantu untuk membuat orang berfikir mandiri, mendalam, berdasar, kritis dan berani dalam lingkungan akademis. Filsafat mencegah terbentuknya kantong-kantong yang lolos dari tantangan kritik dan dengan demikian lama-kelamaan membasikan kehidupan akademik. Filsafat dapat menjadi garam intelektual dan anjing jaga anti-ideologi dalam gado-gado kehidupan intelektual masyarakat.

Filsafat di Indonesia berperan sebagai wali atau pembela akal budi dalam keseluruhan hidup masyarakat. Filsafat memungkinkan masyarakat memikirkan masalah-masalah dasar hidupnya secara rasional. Filsafat dapat membantu dalam mengambil sikap terbuka dan kritis terhadap dampak modernisasi. Filsafat membantu menggali kekayaan kebudayaan, tradisi-tradisi secara terbuka, kritis dan kreatif.⁸

Eksistensi filsafat yang telah ada sejak berabad-abad lalu, berbanding lurus dengan matematika. Sekitar sejak millenia ke-5 sampai ke-3 SM, matematika telah dikenal di Mesir dan Babilonia sebagai suatu alat yang sangat berguna untuk memecahkan berbagai persoalan dan masalah praktis. Sebagai contoh, banjir tahunan di lembah Nil memaksa orang-orang Mesir purba mengembangkan suatu rumus atau formula yang membantu mereka menetapkan dan menentukan kembali batas-batas tanah. Rumus-rumus matematika juga digunakan untuk konstruksi, penyusunan kalender, dan perhitungan dalam perniagaan. Akan tetapi, matematika sebagai ilmu baru dikembangkan oleh para filsuf Yunani sekitar lima ribu tahun kemudian.

⁸ Franz Magnis Suseno, *Filsafat berbagai Ilmu Kritis*, (Jakarta: Kanisius, 1991), h. 255

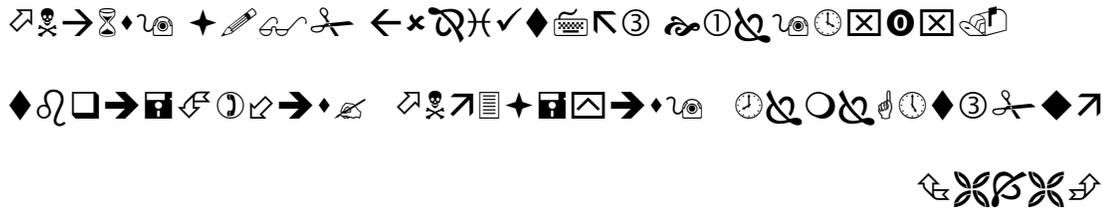
Matematika merupakan pengetahuan yang disusun secara konsisten dengan mempergunakan logika deduktif. Bertrand Russel dan Whitehead dalam karyanya yang monumental yang berjudul *The Principles of Mathematics* membuktikan bahwa dalil-dalil matematika pada dasarnya adalah pertanyaan logika deduktif.⁹ Disamping sarana berpikir deduktif yang merupakan aspek estetis, matematika ternyata juga memberikan kegunaan praktis dalam kehidupan sehari-hari. Semua masalah kehidupan yang membutuhkan pemecahan secara cermat dan teliti mau tidak mau harus berpaling pada matematika.

Prinsip utama matematika pada zaman dahulu ialah abstraksi. Bagi para fisuf Yunani yang mengembangkan matematika, kebenaran pada hakikatnya hanya berkaitan dengan suatu entitas permanen dan suatu korelasi serta pertalian yang tidak berubah-ubah. Dengan demikian, jelas bahwa sejak semula matematika bukan hanya merupakan alat bagi pemahaman filsafati, melainkan juga merupakan bagian dari pemikiran filsafati.¹⁰

Berpikir secara filsafat dapat diartikan sebagai berpikir yang sangat mendalam sampai kepada hakikat, berpikir secara global menyeluruh (universal) atau berpikir yang dilihat dari berbagai sudut pandang pemikiran atau sudut pandang ilmu pengetahuan. Pemikiran filsafat dan dorongan terhadap akal untuk berpikir secara mendalam memang dianjurkan, sebagaimana dengan firman Allah dalam surah Al-Baqarah ayat 242:

⁹ Burhan Salam, *Logika Materiil: Filsafat Ilmu Pengetahuan*, (Jakarta: Rineka Cipta, 1997), h.152

¹⁰ Jan Hendrik Rapar, *Pengantar Filsafat*, (Yogyakarta: Kanisius, 1996), h.88-89



Artinya: “Demikian Allah menerangkan kepadamu ayat-ayat-Nya (hukum-hukum-Nya) supaya kamu memahaminya.”

Filsafat merupakan cara berpikir yang kompleks, suatu pandangan atau teori yang sering tidak bertujuan praktis, tetapi teoritis. Berpikir adalah sebuah kegiatan utama untuk mencapai sebuah kebenaran. Ironisnya, apapun yang menjadi hasil pikiran manusia pada dasarnya belum tentu benar, karena selama ini orang hanya berspekulasi melalui pemikiran. Hasil usaha manusia hanya berupa dugaan atau spekulasi melalui pemikiran. Sehingga untuk mencapai kebenaran, diperlukan pemikiran yang lurus dan tepat. Mengenai hal ini Allah berfirman dalam surah Al-Fatihah ayat 6 yang berbunyi:



Artinya: “Tunjukilah kami jalan yang lurus.”

Walaupun belum tentu kebenarannya, Islam telah memberikan apresiasi terhadap hasil kinerja pemikiran manusia dalam rangka mencari pengetahuan yang benar, hal ini dipertegas oleh sabda Nabi Muhammad SAW dalam sebuah hadits:

إِذَا حَكَمَ الْحَاكِمُ فَاجْتَنَّهُدْ، ثُمَّ أَصَابَ فَلَهُ أَجْرَانِ، وَإِذَا حَكَمَ فَاجْتَنَّهُدْ، ثُمَّ أَخْطَأَ فَلَهُ أَجْرٌ

Artinya: “Barang siapa berijtihad dan ternyata benar, maka baginya diberikan dua pahala; dan barang siapa berijtihad dan ternyata salah, baginya diberikan satu pahala”.

Kita telah mengetahui bahwa filsafat merupakan induk dari segala ilmu yang mencakup ilmu-ilmu khusus. Tetapi dalam perkembangannya ilmu-ilmu khusus itu satu demi satu memisahkan diri dari induknya yakni filsafat. Dalam sejarah ilmu yang mula-mula melepaskan diri dari filsafat adalah matematika dan fisika. Ini terjadi pada zaman *Renaissance* (abad XVI M). Pembagian filsafat berdasar pada struktur pengetahuan filsafat yang berkembang sekarang ini, terbagi menjadi tiga bidang, yaitu filsafat sistematis, filsafat khusus, dan filsafat keilmuwan. Filsafat matematika sebagai cabang dari filsafat keilmuwan.

On the one hand, philosophy of mathematics is concerned with problems that are closely related to central problems of metaphysics and epistemology. At first blush, mathematics appears to study abstract entities. This makes one wonder what the nature of mathematical entities consists in and how we can have knowledge of mathematical entities.¹¹

Filsafat matematika merupakan sarana dalam memudahkan kita untuk memahami konsep-konsep matematika melalui jalan filosofis yaitu latar belakang

¹¹Oxford University, *Ensyclopedia*, <http://plato.stanford.edu/entries/philosophy-mathematics/>, diakses tanggal 10 Februari 2012

dari matematika itu sendiri. Inilah letak dari urgensi kajian filsafat matematika dalam fenomena pendidikan matematika itu sendiri.

Upaya dalam memahami filsafat matematika diantaranya yaitu melalui literatur yang ada. Tidak sedikit buku-buku yang menawarkan pemikiran para filsuf yang tertuang dalam tulisan-tulisan filosofis. Pada masa kini filsafat matematika lebih mengeraskan titik tumpunya pada studi tentang konsep-konsep matematika, hakikat matematika (termasuk ciri-ciri dan karakteristiknya), prinsip-prinsip serta justifikasi prinsip-prinsip yang digunakan di dalam matematika (*foundations of mathematics*). Banyak sekali para filsuf yang membagikan pemikirannya tentang filsafat matematika, diantaranya adalah filsafat matematika karangan The Liang Gie. Sebagaimana telah dipaparkan sebelumnya, urgensi filsafat matematika dalam dunia pendidikan sangat besar sebagai upaya peningkatan kualitas pendidikan khususnya bagi para praktisi pendidikan dalam bidang matematika. Sehingga dibutuhkan pemahaman yang baik terhadap masalah ini. Berpijak dari latar belakang tersebut, penulis tertarik untuk mengadakan penelitian yang berjudul “**Konstruksi Pemikiran Filsafat Matematika The Liang Gie Dalam Dunia Pendidikan**”.

B. Rumusan Masalah

Rumusan masalah dalam penelitian ini meliputi:

1. Bagaimana konstruksi pemikiran filsafat matematika dalam karya The Liang Gie?

2. Bagaimana implikasi dari pemikiran filsafat matematika tersebut untuk dunia pendidikan khususnya dalam pembelajaran matematika?

C. Definisi Operasional dan Batasan Masalah

1. Definisi Operasional

Konstruksi adalah susunan dan hubungan sedemikian rupa sehingga penyusunan tersebut menjadi satu kesatuan yang dapat menahan beban dan menjadi kuat.¹² Konstruksi: 1. Susunan (model, tata letak) suatu bangunan (jembatan, rumah, dsb), 2. Linguistik, susunan dan hubungan kata dalam kalimat atau kelompok kata.¹³ Konstruksi juga bisa diartikan sebagai susunan (model, tata letak) suatu bangunan.¹⁴ Sedangkan konstruksi pemikiran yang dimaksud adalah interpretasi sebuah kerangka atau model dari sebuah pemikiran manusia. Konstruksi dalam skripsi ini bisa pula diartikan sebagai sebuah bentuk analisis pemikiran atau skemata dari sebuah pengetahuan. Sehingga, konstruksi pemikiran yang dimaksud adalah interpretasi serta analisis penulis dalam memberi arti dari sebuah model bangunan pemikiran yang memiliki ciri khas tertentu dan membedakannya dengan yang lain dalam hal ini filsafat matematika.

¹² Arie, *Kamus Online*, <http://www.scribd.com/doc/50382820/Pengertian-Konstruksi-dan-Struktur>, diakses tanggal 20 April 2012

¹³ Departemen Pendidikan Nasional (Tim Penyusun Kamus Pusat Bahasa), *Kamus Besar Bahasa Indonesia*, (Jakarta: Balai Pustaka, 2005) h. 590

¹⁴ *Kamus Besar Bahasa Indonesia Online*, <http://www.artikata.com/arti-336092-konstruksi.html>, diakses tanggal 20 April 2012

Filsafat Matematika adalah cabang dari filsafat yang mengkaji anggapan-anggapan filsafat, dasar-dasar, dan dampak-dampak matematika. Tujuan dari filsafat matematika adalah untuk memberikan rekaman sifat dan metodologi matematika dan untuk memahami kedudukan matematika di dalam kehidupan manusia. Sifat logis dan terstruktur dari matematika itu sendiri membuat pengkajian ini meluas dan unik di antara mitra-mitra bahasan filsafat lainnya.¹⁵

Pendidikan berasal dari kata dasar didik yang berarti memelihara dan memberi ajaran atau pimpinan mengenai akhlak dan kecerdasan pikiran. Dengan penambahan imbuhan kata 'pe' dan akhiran 'an' berarti menunjuk pada perbuatan (hal, cara) tentang mendidik. Dalam konteks fisik pendidikan berarti pemeliharaan badan atau fisik melalui latihan-latihan.¹⁶ Menurut John Dewey, pendidikan adalah proses pembentukan kecakapan-kecakapan fundamental secara intelektual dan emosional ke arah alam dan sesama manusia. Sedangkan menurut J.J. Rousseau, pendidikan adalah memberi kita perbekalan yang tidak ada pada masa kanak-kanak, akan tetapi kita membutuhkannya pada waktu dewasa.¹⁷

Pendidikan adalah salah satu kegiatan dalam kehidupan manusia.¹⁸ Pendidikan dalam proses operasional sistematis adalah proses belajar-mengajar. Belajar adalah suatu proses mengkonstruksi pengetahuan baik yang alami maupun

¹⁵Wikipedia Team, *Filsafat Matematika*, http://id.wikipedia.org/wiki/Filsafat_matematika, diakses tanggal 20 April 2012

¹⁶ W.J.S.Poerwadarminta, *Kamus Umum Bahasa Indonesia*, (Jakarta: PN Balai Pustaka, 1982), Cet.ke.V, h. 250

¹⁷Wikipedia Team, *Dasar Pendidikan*, http://id.wikipedia.org/wiki/Dasar_Pendidikan, diakses tanggal 21 April 2012

¹⁸ Redja Mudyahardjo, *Filsafat Ilmu Pendidikan Suatu Pengantar*, (Bandung: PT. Remaja Rosdakarya, 2002), cet. Ke-2, h.64

manusiawi. Proses konstruksi itu dilakukan secara pribadi dan sosial. Proses ini adalah suatu proses yang aktif. Beberapa faktor seperti pengalaman, pengetahuan yang dipunyai, kemampuan kognitif dan lingkungan berpengaruh terhadap hasil belajar.¹⁹

Definisi mengajar adalah suatu proses membantu seseorang untuk membentuk pengetahuannya sendiri. Mengajar tidak hanya mentransfer pengetahuan dari orang yang sudah tahu (guru) kepada yang belum tahu (murid), melainkan membantu seseorang agar dapat mengkonstruksi sendiri pengetahuannya lewat kegiatannya terhadap fenomena dan objek yang ingin diketahui.

2. Ruang Lingkup Bahasan

Pembahasan pada penelitian ini hanya dibatasi tentang pemikiran filsafat matematika dari karya The Liang Gie, dalam bukunya yang berjudul “Filsafat Matematika”. Selain itu, juga memperhatikan relevansi serta implikasi filsafat matematika dalam dunia pendidikan dewasa ini, khususnya pembelajaran matematika sekolah (proses belajar-mengajar).

Adapun cabang matematika yang dibahas sebagai objek analisis filsafat matematika dalam penelitian ini adalah Matematika Sekolah, ranah Aljabar yaitu Sistem Persamaan Linear Dua Variabel.

¹⁹ Paul Suparno, *Filsafat Konstruktivisme dalam Pendidikan*, (Yogyakarta: Kanisius, 1997), Cet. Ke 7., h. 64

D. Alasan Memilih Judul

Adapun alasan dalam memilih judul penelitian ini, disebabkan oleh beberapa faktor, yaitu:

1. Filsafat adalah pangkal dari mempelajari ilmu, dan salah satu tujuan filsafat adalah menemukan pemahaman dan tindakan yang sesuai.
2. Matematika adalah ibu dari segala ilmu, dan sangat penting untuk dipelajari dan dipahami.
3. Filsafat matematika merupakan sarana yang efektif dalam memahami matematika baik itu konsep maupun teorema-teorema melalui jalan filosofis.
4. Filsafat matematika merupakan topik yang menarik untuk dianalisis secara rasional karena mengingat pentingnya bagi dunia pendidikan khususnya pembelajaran matematika.
5. Adanya fenomena bahwa para ilmuwan pada umumnya dan matematikawan pada khususnya yang menganggap bahwa filsafat matematika bukanlah sesuatu yang sangat urgen dalam perkembangan ilmu yang semakin cepat dewasa ini, sehingga hanya melihat matematika dari aspek pragmatisnya saja.
6. Sebagai sumber pengetahuan terbaru bagi para praktisi pendidikan matematika karena belum ada yang meneliti masalah ini sebelumnya, sehingga dapat meningkatkan kualitas pendidikan.

E. Tujuan Penelitian

Berdasarkan permasalahan yang telah dirumuskan, maka penelitian ini bertujuan untuk:

1. Mengetahui konstruksi pemikiran filsafat matematika dalam karya The Liang Gie.
2. Mengetahui implikasi dari pemikiran filsafat matematika tersebut bagi dunia pendidikan khususnya dalam pembelajaran matematika.

F. Signifikansi Penelitian

Hasil-hasil yang diperoleh dari penelitian ini diharapkan bisa bermanfaat sebagai:

1. Bahan informasi tentang pemikiran filsafat matematika
2. Bahan pertimbangan bagi para praktisi pendidikan khususnya guru matematika.
3. Bahan acuan yang relevan atau batu pijakan bagi mahasiswa maupun peneliti lain jika melakukan penelitian yang berkenaan dengan hasil penelitian ini.

G. Metode Penelitian

1. Jenis dan Sifat Penelitian

Penelitian yang dilaksanakan ini berbentuk penelitian kepustakaan (*library research*), yakni mengumpulkan dan menelaah sejumlah data melalui bahan-bahan

pustaka,²⁰ berupa kajian para ahli filsafat – tentang analisis filsafat matematika dalam dunia pendidikan.

Sifat penelitian ini adalah studi literatur. Penelitian ini juga bersifat tematik dengan membahas pemikiran para ahli berdasarkan tema yang telah ditetapkan, yaitu analisis filsafat matematika dalam dunia pendidikan. Data yang akan dicari dalam penelitian ini berbentuk kualitatif dengan menggunakan teknik dokumentasi, karena pertimbangan jenis data dan permasalahan yang diteliti mengacu kepada bahan-bahan yang tertulis.

2. Subjek dan Objek Penelitian

Subjek dalam penelitian ini adalah analisis dari pemikiran filsafat matematika itu sendiri beserta sejumlah literatur yang berhubungan dengan masalah yang akan diteliti. Sedangkan objek yang diteliti adalah pemikiran filsafat matematika karya The Liang Gie dalam bukunya yang berjudul “Filsafat Matematika”.

3. Data dan Sumber Data

a) Data

Data yang digali dalam penelitian ini terdiri dari data pokok dan data sekunder (penunjang).

²⁰ Mandalis, *Metode Penelitian suatu Pendekatan Proposal*, (Jakarta: Bumi Aksara, 1995), h.5

1) **Data Pokok**

Data pokok berkenaan dengan masalah pokok yang telah dirumuskan dalam penelitian, yaitu pemikiran filsafat matematika, meliputi buku “Filsafat Matematika” karangan The Liang Gie.

2) **Data Sekunder**

Data penunjang berkaitan dengan literatur yang berhubungan dengan filsafat matematika dan proses pembelajaran matematika, diantaranya yaitu, “*Lectures on The Philosophy of Mathematics*” oleh James Byrnie Shaw. Selain itu juga, buku “Pengantar Aljabar” oleh Eko Prasetyo Dharmawan. Abdul Halim Fathani dalam bukunya “Matematika, Hakikat dan Logika”, Mary Jane Sterling dalam bukunya “*Aljabar For Dumies*”, “*Philosophical Dimension in Mathematic Education*” karangan Karen Francois, “*Philosophy of Science, Logic & Mathematic, in 20th century*” karangan GHR. Frankinson, dan lain-lain.

b) **Sumber Data**

Sumber data dalam penelitian ini meliputi perpustakaan yang ada di Kalimantan Selatan khususnya kota Banjarmasin dan media internet.

4. **Teknik Pengumpulan Data**

Dalam penelitian ini, penulis menggunakan teknik pengumpulan data dengan melakukan beberapa hal, yaitu:

- a. Survey kepastakaan, yakni menghimpun data dari Perpustakaan Nasional Kalimantan Selatan, guna menginventaris literatur-literatur yang berkaitan dengan masalah yang diteliti.
- b. Studi literatur, yakni mempelajari, menelaah, dan mengkaji buku-buku yang diperoleh dari survey kepastakaan

H. Teknik Pengolahan dan Analisis Data

1. Teknik Pengolahan Data

Deskripsi, yaitu meneliti suatu objek atau suatu sistem pemikiran untuk membuat gambaran secara sistematis dan akurat.

Interpretasi yaitu menafsirkan data yang telah dikumpulkan agar lebih jelas pengertiannya.

2. Analisis Data

Analisis data yang digunakan dalam penelitian ini menggunakan teknik analisis isi (*content analysis*), yaitu teknik yang digunakan untuk menarik simpulan melalui usaha menemukan karakteristik pesan, yang penggarapannya dilakukan secara objektif dan sistematis²¹, artinya melakukan analisis terhadap filsafat matematika dalam karya The Liang Gie dan implikasinya bagi dunia pendidikan.

Penggunaan teknik dan metode ini didasarkan pada kenyataan bahwa data yang dihadapi bersifat deskriptif kualitatif, yang dalam penerapannya harus dilakukan

²¹ Lexy J. Moelong, *Metode Penelitian Kualitatif*, (Bandung: PT. Remaja Rosdakarya, 1999), h. 163

secara berlanjut, berulang, dan terus-menerus, melalui tiga jalur kegiatan yang dilakukan secara bersama-sama, yaitu reduksi data, penyajian data, dan penarikan simpulan atau verifikasi.

Reduksi data adalah proses pemilihan dan permusatan perhatian pada penyederhanaan, pengabstrakan dan transformasi data kasar, yang muncul dari catatan yang ditemukan. Reduksi data berlangsung terus-menerus selama penelitian berlangsung.

Penyajian data adalah penyajian sekumpulan informasi yang tersusun, yang memberi kemungkinan adanya penarikan simpulan dan pengambilan tindakan.

Penarikan simpulan atau verifikasi dilakukan berdasarkan data-data yang terkumpul, yang telah ditemukan pola, topik, atau tema yang sesuai dengan masalah penelitian.

I. Prosedur penelitian

Dalam penelitian ini ada beberapa prosedur yang penulis tempuh dengan tahap-tahap sebagai berikut:

1. Tahap pendahuluan

- a. Kajian awal terhadap sejumlah literatur yang berhubungan dengan masalah
- b. Membuat desain proposal penelitian
- c. Mengkonsultasikan desain proposal penelitian kepada dosen pembimbing
- d. Mengajukan desain proposal skripsi dan memohon persetujuan judul.

2. Tahap Persiapan

- a. Mengadakan konsultasi berikutnya

- b. Mengadakan seminar proposal
- c. Memperbaiki proposal berdasarkan hasil seminar
- d. Memohon surat riset yang digunakan untuk menelaah sejumlah literatur yang ada di perpustakaan.
- e. Penelitian literatur.
- f. Menyampaikan surat riset kepada pihak terkait.

3. Tahap Pelaksanaan

- a. Mengumpulkan sejumlah literatur baik sumber primer maupun sumber sekunder untuk mengumpulkan data.
- b. Penyajian dan analisis data
- c. Mengolah dan menganalisis data

4. Tahap Penyusunan Skripsi

Pada tahap ini dilakukan penyusunan hasil penelitian yang kemudian diperbaiki sebaik-baiknya. Setelah disetujui, kemudian disusun, serta siap untuk dimunaqasyahkan.

5. Tahap Akhir

- a. Menyusun data dalam bentuk laporan
- b. Berkonsultasi dengan dosen pembimbing
- c. Naskah yang sudah dikoreksi dan disetujui oleh dosen pembimbing diperbanyak untuk dibawa kesidang munaqasyah skripsi untuk dipertahankan dan dipertanggungjawabkan.

J. Sistematika Penulisan

Untuk mempermudah pembahasan ini, maka dibuat sistematika penulisan sebagai berikut:

Bab I Pendahuluan, berisi tentang latar belakang masalah dan penegasan judul, perumusan masalah, definisi operasional, ruang lingkup bahasan, alasan memilih judul, tujuan penelitian, signifikansi penelitian, metode penelitian, dan sistematika penulisan.

Bab II Matematika dan Filsafat, berisi tentang definisi matematika, hubungan filsafat dengan matematika, persamaan dan perbedaan filsafat dengan matematika, pemikiran filsafati tentang matematika dan aliran-aliran dalam filsafat matematika.

Bab III Konstruksi Pemikiran Filsafat Matematika The Liang Gie, berisi tentang riwayat hidup The Liang Gie, dan filsafat matematika dalam karya The Liang Gie, meliputi kajian objek dan deskripsinya dalam ranah aljabar.

Bab IV Implikasi Pemikiran Filsafat Matematika dalam Dunia Pendidikan, berisi tentang beragam paradigma akan matematika dalam dunia pendidikan dewasa ini dan implikasi dari filsafat matematika, serta implementasinya dalam pembelajaran matematika sekolah.

Bab V Penutup, berisi tentang kesimpulan dan saran-saran.

BAB II

MATEMATIKA DAN FILSAFAT

A. Definisi Matematika

Upaya untuk memahami definisi dari matematika salah satunya adalah dengan memperhatikan pengertian matematika dan beberapa deskripsi yang diuraikan para ahli. Ernest, seorang tokoh matematika, melihat matematika sebagai suatu konstruktivisme sosial yang memenuhi tiga premis sebagai berikut:

*i) the basis of the mathematical knowledge is linguistic language, conventions, and rules, and language is a social constructions; ii) Interpersonal social processes are required to turn an individual's subjective mathematical knowledge, after publication, into accepted objective mathematical knowledge; and iii) Objectivity itself will be understood to be social.*²²

Sama halnya dengan pemikiran Ernest, terdapat sejumlah tokoh yang memandang matematika sebagai suatu konstruktivisme sosial. Misalnya, Dienes mengatakan bahwa matematika adalah ilmu seni kreatif.

Kitcher lebih memfokuskan perhatiannya kepada komponen dalam kegiatan matematika. Kitcher mengklaim bahwa matematika terdiri atas komponen-komponen sebagai berikut:

- 1) Bahasa (*language*) yang dijalankan oleh para matematikawan.
- 2) Pernyataan (*statements*) yang digunakan oleh para matematikawan.
- 3) Pertanyaan (*questions*) penting yang hingga saat ini belum terpecahkan.

²² Ernest, P., *The Philosophy of Mathematic Education*, (London: Falmer, 1991), h. 42

- 4) Alasan (*reasonings*) yang digunakan untuk menjelaskan pernyataan.
- 5) Ide matematika itu sendiri. Bahkan secara lebih luas, matematika dipandang sebagai *the science of pattern*.²³

Sujono, salah satu ahli matematika, mengemukakan pengertian matematika sebagai cabang ilmu pengetahuan yang eksak dan terorganisasi secara sistematis. Matematika merupakan ilmu pengetahuan tentang penalaran yang logis dan masalah yang berhubungan dengan bilangan. Sujono juga mengartikan matematika sebagai ilmu bantu dalam menginterpretasikan berbagai ide dan kesimpulan. Sedangkan, dalam kamus Besar Bahasa Indonesia (KBBI), matematika didefinisikan sebagai ilmu tentang bilangan, hubungan antara bilangan dan prosedur operasional yang digunakan dalam penyelesaian masalah mengenai bilangan.²⁴

Berpijak pada uraian tersebut, secara umum definisi matematika dapat dideskripsikan sebagai berikut, diantaranya:²⁵

- 1) Matematika sebagai struktur terorganisasi.
- 2) Matematika sebagai alat (*tool*).
- 3) Matematika sebagai pola pikir deduktif.
- 4) Matematika sebagai cara bernalar (*the way of thinking*).
- 5) Matematika sebagai bahasa artifisial.
- 6) Matematika sebagai seni yang kreatif.

²³ Abdul Halim Fathani, *Matematika, Hakikat dan Logika*, (Jogjakarta: Ar-Ruz Media, 2009), h. 19

²⁴ Hasan Alwi, dkk., *Kamus Besar Bahasa Indonesia*, (Jakarta: Balai Pustaka, 2002), h. 723

²⁵ Sumardiyono, *Karakteristik Matematika dan Implikasinya terhadap Pembelajaran Matematika*, (Yogyakarta: Depdiknas, 2004), h.28

*Algebra is that portion of mathematics whose primary consideration is the representation of numbers by symbols and the study of the rules of their operation inside a given first by means of the view elementary operation (addition, subtraction, multiplication, division).*²⁶

Aljabar adalah salah satu dari cabang ilmu matematika. Aljabar secara garis besar dapat dibagi dalam kategori berikut ini:²⁷

1. Aljabar Elementer, yang mempelajari sifat-sifat operasi pada bilangan riil direkam dalam simbol sebagai konstanta dan variabel, dan aturan yang membangun ekspresi dan persamaan matematika yang melibatkan simbol-simbol (Bidang ini juga mencakup materi yang biasanya diajarkan di sekolah menengah yaitu '*Intermediate Algebra*' dan '*College Algebra*').
2. Aljabar Abstrak, kadang-kadang disebut Aljabar Modern, yang mempelajari Struktur Aljabar semacam Grup, Ring dan Medan (*Fields*) yang didefinisikan dan diajarkan secara aksiomatis.
3. Aljabar Linier, yang mempelajari sifat-sifat khusus dari Ruang Vektor (termasuk Matriks).
4. Aljabar Universal, yang mempelajari sifat-sifat bersama dari semua Struktur aljabar.

²⁶ Bernard S. Cayne, *The Encyclopedia Americana Vol 1*, (USA: America Corp. 1977), p.555

²⁷ Ahmad Syukur, *Aljabar*, <http://blogmatematika4u.blogspot.com/2011/12/sejarah-ilmu-aljabar.html>, diakses tanggal 30 Mei 2012

B. Definisi Filsafat

Filsafat dimulai oleh Thales sebagai filsafat jagat raya yang selanjutnya berkembang ke arah kosmologi. Filsafat ini kemudian menjurus pada filsafat spekulatif pada Plato dan metafisika pada Aristoteles. Filsafat (*philosophy*) berasal dari bahasa Yunani ‘*philosophia*’ yang artinya cinta kebijaksanaan.²⁸ Akar katanya *philos* (*philia*) yang berarti cinta dan *sophia* yang berarti kebijaksanaan.²⁹

Dilihat dari segi *terminology*, pengertian filsafat beraneka ragam. Menurut Poedjawijatna, filsafat didefinisikan sebagai sejenis pengetahuan yang berusaha mencari sebab yang sedalam-dalamnya bagi segala sesuatu berdasarkan pikiran belaka. Plato menyatakan bahwa filsafat ialah pengetahuan yang berminat mencapai kebenaran asli, dan bagi Aristoteles filsafat adalah pengetahuan yang meliputi kebenaran yang tergabung di dalamnya metafisika, logika, retorika, ekonomi, politik dan estetika. Definisi dari Bertrand Russel cukup menarik, karena ia mendefinisikan filsafat sebagai *the attempt to answer question critically*.³⁰ Menurut Phytagoras, filsafat didefinisikan sebagai *the love of wisdom*. Perbedaan definisi itu menurut Abu Bakar Atjeh disebabkan oleh berbedanya konotasi filsafat pada tokoh-tokoh itu karena perbedaan keyakinan hidup yang dianut mereka. Perbedaan definisi itu disebabkan oleh pengaruh lingkungan dan pandangan hidup masing-masing tokoh serta akibat perkembangan filsafat itu sendiri.

²⁸ Drs. H. Burahnudin Salam, *Pengantar Filsafat*, (Jakarta: Bumi Aksara, 1995), h.46

²⁹ The Liang Gie, *Pengantar Filsafat Ilmu*, (Yogyakarta: Liberty, 2010), h.29

³⁰ Prof. Dr. Ahmad Tafsir, *Pengantar Filsafat: Akal dan Hati Sejak Thales sampai Chapra*, (Bandung: Rosdakarya, 1999), h. 11

Filsafat ilmu sebagai bagian dari cabang filsafat memiliki pengertian sebagai berikut, menurut Robert Ackerman, filsafat ilmu adalah sebuah tinjauan kritis tentang pendapat-pendapat ilmiah dewasa ini yang dibandingkan dengan pendapat-pendapat terdahulu yang telah dibuktikan. Filsafat ilmu diperlukan kehadirannya di tengah perkembangan iptek yang ditandai semakin menajamnya spesialisasi ilmu pengetahuan.

C. Hubungan Filsafat dengan Matematika

Dua bidang pengetahuan rasional yang tidak diragukan lagi berhubungan sangat erat sejak dulu sampai sekarang ialah filsafat dan matematika. Namun, hubungan itu sering diuraikan secara keliru oleh sebagian filsuf maupun ahli matematika. Hal ini disebabkan karena banyak para ahli yang terkesan dengan perkembangan filsafat pada zaman dulu, sehingga orang memberikan kedudukan utama kepada filsafat. Misalnya saja tiga ahli matematika Charles Brumfiel, Robert Eicholz, dan Merrill Shanks yang bekerjasama mengarang sebuah buku pelajaran geometri menulis pernyataan sebagai berikut:

*In the early Greek civilization, philosophy was the study of all branches of knowledge. As man's learning increased through the ages, certain disciplines grew until they split away from philosophy and became separate areas of study. We no longer think of medicine, law, mathematics, physics, chemistry, biology, economics, etc., as parts of philosophy, although philosophy was the father of all these sciences.*³¹

³¹ Charles F. Brumfiel, Robert E. Eicholz & Merrill E. Shanks, *Geometry*, (Reading: Addison-Wesley, 1961), p. 266

Menurut perspektif filsuf sendiri misalnya Francis Bacon, tokoh pembaru zaman Renaissance dari Inggris, menyebut filsafat sebagai “*the great mother of sciences*”. Jadi, semua cabang ilmu termasuk matematika dianggap lahir dari “ayah” atau “ibu” yang terkenal sebagai filsafat.

Hal ini bisa disimpulkan tidak benar. Karena kekeliruan dari pendapat-pendapat di atas akan ditunjukkan oleh uraian berikut. Filsafat dan Geometri (cabang dari matematika) sesungguhnya lahir pada masa yang sama, di tempat yang sama, dan dari ayah yang tunggal, yakni sekitar 640-546 sebelum masehi di Miletus (terletak di pantai barat Negara turki sekarang), dari pemikiran seorang ahli bernama Thales.

Thales oleh para penulis sejarah filsafat diakui sebagai ayah dari filsafat, “*The Father of Philosophy*”. Orang-orang Yunani kemudian mengklasifikasikan Thales sebagai salah satu dari tujuh orang arif Yunani, “*The Seven Wise Men of Greece*”. Adapun dalam sejarah matematika Thales diakui sebagai pencipta dari geometri abstrak yang pertama berdasarkan rangkaian petunjuk mengukur tanah yang telah dipraktekkan oleh bangsa-bangsa Babylonia dan Mesir selama berabad-abad. Ia merupakan ahli matematika Yunani pertama yang oleh Ward Bouwsma dinyatakan sebagai ayah dari penalaran deduktif, “*The Father of Deductive Reasoning*”.

Dari bukti historis di atas ternyata pendapat bahwa filsafat merupakan ayah atau ibu dari matematika adalah tidak benar. Matematika tidak pernah lahir dari filsafat, melainkan keduanya berkembang bersama-sama dan saling memberikan persoalan-persoalan sebagai bahan masukan serta umpan balik. Dalam lintasan sejarah, kedua saudara kembar ini, selanjutnya tumbuh bersama-sama di bawah

asuhan filsuf yang juga ahli matematika yaitu Pythagoras. Dia mendirikan madzhab Pythagoreanisme di Crotona. Madzhab ini menyimpulkan bahwa bilangan merupakan intisari dan dasar pokok dari sifat-sifat benda. Seiring dengan filsafat yang mengagungkan bilangan itu, madzhab tersebut juga menelaah dan mengembangkan pokok soal matematika yang kini termasuk teori bilangan. Sebagai contoh, dipelajari susunan bilangan-bilangan yang mempunyai bentuk geometris (*figurate numbers*) yang contohnya sebagai berikut:³²

³² The Liang Gie, *Filsafat Matematik (Philosophy of Mathematic)*, (Yogyakarta: Supersukses, 1981), h.12

Berdasarkan jumlah titik dan pola susunannya kelima contoh di atas merupakan lima macam *figurate numbers* yang mempunyai maksud sebagai berikut:

- a) 10 : bilangan segitiga
- b) 16 : bilangan bujursangkar
- c) 20 : bilangan segi-empat panjang (persegi panjang)
- d) 22 : bilangan segi-lima
- e) 28 : bilangan segi-enam

Pythagoras sendiri merupakan seorang ahli matematika abadi yang namanya kini dikenal oleh setiap anak sekolah menengah karena dalil Pythagoras yang dirumuskannya: “Jumlah dari luas dua sisi sebuah segitiga siku-siku adalah sama dengan luas sisi miringnya” atau lebih terkenal dengan rumus $a^2 + b^2 = c^2$.

Hubungan timbal-balik antara filsafat dan matematika juga dipengaruhi oleh filsuf Zeno dari Elea. Zeno memperbincangkan paradoks-paradoks³³ yang bertalian dengan pengertian-pengertian gerak, waktu, dan ruang yang kemudian selama berabad-abad membingungkan para filsuf dan ahli matematika. Dua perbincangan paradoks yang terkenal dari Zeno yaitu tentang keganjilan dikotomi dan keganjilan Achilles akhirnya dapat diselesaikan oleh para ahli matematika abad ke-17. Penyelesaian dari paradoks-paradoks Zeno dijawab setelah ahli-ahli matematika menciptakan pengertian limit dan seri tak berhingga. Bila suatu rangkaian bilangan betapapun banyaknya menjurus pada suatu titik (disebut proses konvergensi), seri

³³ Paradoks, bahasa Yunani paradoxon: dari para (bertentangan dengan) doxa, (opini), 1. Sebuah pernyataan (ajaran, keyakinan, konsep, perhatian) yang bertentangan dengan opini yang diterima, atau bertentangan dengan apa yang dianggap sebagai yang masuk akal, tetapi mungkin benar.

tersebut mempunyai sebuah limit yang merupakan jumlah dari rangkaian itu walaupun banyaknya tak terhingga. Berdasarkan konsep-konsep matematika yang baru itu, perbincangan-perbincangan Zeno tidak lagi merupakan paradoks karena dapat dijawab secara logis.

Seorang filsuf besar dari Yunani kuno setelah masa hidup Zeno yang menegaskan hubungan erat antara matematika dan filsafat ialah Plato. Berbeda dengan Pythagoras yang menekankan pentingnya matematika sebagai sarana atau alat bagi pemahaman filsafati, Plato menegaskan bahwa geometri sebagai pengetahuan ilmiah berdasarkan akal murni (*pure reason*) menjadi kunci ke arah pengetahuan dan kebenaran filsafati serta bagi pemahaman mengenai sifat alami dari kenyataan terakhir (*the nature of ultimate reality*).³⁴

D. Persamaan dan Perbedaan Filsafat dengan Matematika

Seorang ahli astronomi terkenal yang berbicara tentang matematika dalam kaitannya dengan filsafat ialah Galileo Galilei (1564-1642). Dia mengungkapkan filsafat sebagai sebuah buku besar alam semesta yang menggunakan matematika sebagai bahasa penyusunnya.

“Philosophy is written in the grand book, the universe which stands continually open to our gaze. But the book cannot be understood unless one first learns to comprehend the language and read the letters in which it is composed. It is written in the language of mathematics.”

³⁴ *Ibid.*, h. 19

Perkembangan filsafat dan matematika pada era modern semakin pesat. Adapun yang menjadi faktor penyebabnya adalah pemikiran para ahli yang memiliki peran ganda yaitu seorang filsuf dan juga ahli matematika seperti misalnya:

- Rene Descartes
- Gottfried Wilhelm Von Leibniz
- Auguste Comte
- Alfred North Whitehead
- Bertrand William Arthur Russel
- Luitzen Egbertus Jan Brouwer

Sejak permulaan sampai sekarang filsafat dan matematika terus-menerus saling mempengaruhi. Filsafat mendorong perkembangan matematika dan sebaliknya matematika juga memacu pertumbuhan filsafat. Perbincangan-perbincangan paradoks filsuf Zeno mendorong lahirnya konsep-konsep matematika seperti variabel sangat kecil yang semakin kecil mendekati nol (*infinitesimal*), limit, seri tak terhingga (*infinite series*), dan proses konvergensi. Sebaliknya ahli-ahli matematika melalui metode aljabar, teknik simbolisme, dan teori himpunan telah membuat logika yang semula termasuk bidang filsafat berkembang begitu pesat. Selain itu, juga memperjelas pengertian-pengertian seperti kebenaran, denotasi, konotasi, dan bentuk yang didiskusikan para filsuf.

Interaksi antara filsafat dan matematika itu membuat pola adanya padanan dari konsep dan problema pada masing-masing bidang pengetahuan tersebut. Adanya kesejajaran antar keduanya sedikit banyak menunjukkan adanya persamaan dalam

segi-segi tertentu antara filsafat dan matematika. Berkaca pada pendapat Plato bahwa geometri berdasarkan akal murni, bagi filsafatpun dapat dikatakan bahwa bidang pengetahuan ini hanya menggunakan akal semata. Pada dasarnya filsafat dan matematika keduanya merupakan pengetahuan rasional. Segi persamaan lainnya ialah bahwa filsafat dan matematika bergerak pada tingkat generalitas dan abstraksi yang tinggi.³⁵

Filsafat dan matematika tidak hanya mempunyai segi-segi persamaan, namun juga segi-segi perbedaannya. Filsafat dan matematika merupakan pengetahuan rasional dengan jenis yang berbeda. Karena pada hakikatnya keduanya menggunakan metode rasional yang tidak sama. Filsafat boleh dikatakan bebas menerapkan serangkaian metode rasional yang bermacam-macam, sedangkan matematika hanya bekerja dengan satu metode logis, yakni deduksi. Perbedaan metode itu tampaknya disebabkan karena perbedaan ruang lingkup dari hal-hal yang dapat ditelaah masing-masing.

E. Pemikiran Filsafat tentang Matematika

Bidang pengetahuan sebagai perwujudan dari interaksi filsafat dengan matematika yang sangat menarik perhatian filsuf maupun ahli matematika, meliputi:

- *Philosophy of Mathematics* (Filsafat Matematika)
- *Foundations of Mathematics* (Landasan Matematika)
- *Metamathematics* (Adi-Matematika)

³⁵ *Ibid.*, h.25

- *Mathematical Philosophy* (Filsafat Kematematikaan)³⁶

Bidang pengetahuan yang disebut filsafat matematika merupakan hasil pemikiran filsafati yang menjadi objeknya ialah matematika itu sendiri. Filsafat sebagai rangkaian aktivitas dari budi manusia pada dasarnya adalah pemikiran reflektif (*reflective thinking*). Pemikiran reflektif atau untuk singkatnya refleksi (*reflection*) dapat dicirikan sebagai jenis pemikiran yang terdiri atas pertimbangan secara cermat suatu pokok soal dalam pikiran dan pemberian perhatian yang sungguh-sungguh dan terus-menerus (*the kind of thinking that consist in turning a subject over in the mind and giving it serious and consecutive consideration*).³⁷ Suatu pendapat lain yang mirip merumuskan refleksi sebagai pertimbangan cermat secara penuh perhatian beberapa kali terhadap hal yang sama (*thinking attentively several times over of the same thing*).³⁸

Definisi *reflective thinking* dalam sebuah kamus psikologi diartikan sepadan dengan *logical thinking* (pemikiran logis), yakni aktivitas budi manusia yang diarahkan sesuai dengan kaidah-kaidah logika.³⁹

Filsafat matematika pada dasarnya adalah pemikiran reflektif terhadap matematika. Matematika menjadi pokok soal yang dipertimbangkan secara cermat

³⁶ *Ibid.*, h. 30

³⁷ Fierman, Peter, *Perceptualistic Theory of Knowledge*, (New York: Philosophical Library, 1954), p. 4.

³⁸ Dimnet, Ernest, *The Art of Thinking*, (Greenwich: Fawcett Publications, 1928), p. 98

³⁹ Philip Lawrence Harriman, *The New Dictionary of Psychology*, (New York: Philosophical Library, 1952), p. 204

dan penuh dengan perhatian. Pemikiran filsafati juga bersifat reflektif dalam arti memperhatikan diri sendiri untuk memahami kinerja dari budi itu sendiri.

Diantara para ahli-ahli matematika dan para filsuf tidak terlihat kesatuan pendapat mengenai definisi filsafat matematika. Sebagai contoh dikutipkan perumusan-perumusan dari dua buku matematika dan dua kamus filsafat yang memberikan definisi yang berbeda tentang filsafat matematika.

- 1) *“A philosophy of mathematics might be described as a viewpoint from which the various bits and pieces of mathematics can be organized and unified by some basic principles.”*⁴⁰
- 2) *In particular, a philosophy of mathematics essentially amounts to an attempted reconstruction in which the chaotic mass of mathematical knowledge accumulated over the ages is given a certain sense or order.*⁴¹
- 3) *The study of the concepts of and justification for the principles used in mathematics.*⁴²
- 4) *The study of concepts and systems appearing in mathematics, and of the justification of mathematical statements.*⁴³

Dua pendapat yang pertama dari ahli-ahli matematika menitikberatkan filsafat matematika sebagai usaha menyusun dan menertibkan bagian-bagian dari

⁴⁰ William P. Berlinghoff, *Mathematics : The Art of Reason*, (1968), p. 202

⁴¹ Howard W. Eves & Carroll V. Newsom, *An Introduction to the Foundations and Fundamental Concepts of Mathematics*, 1964, p. 285

⁴² Antony Flew, ed., *A Dictionary of Philosophy*, 1979, p. 206

⁴³ A. R. Lacey, *A Dictionary of Philosophy*, 1976, p. 121

pengetahuan matematika yang selama ini berkembang pesat. Sedang dua definisi berikutnya dari ahli filsafat merumuskan filsafat matematika sebagai studi tentang konsep-konsep dalam matematika dan pembenaran terhadap asas atau pernyataan matematika.⁴⁴

Menurut pendapat filsuf Belanda, Evert Beth mengatakan bahwa selain matematika sendiri dan filsafat umum harus pula dibedakan adanya dua bidang pemikiran lainnya, yakni filsafat matematika dalam arti yang lebih luas (*philosophy of mathematics in a broader sense*) dan penelitian mengenai landasan matematika (*foundations of mathematics*).⁴⁵

Landasan matematika kadang-kadang dipersamakan pengertiannya dengan filsafat matematika tetapi sesungguhnya landasan matematika merupakan bidang pengetahuan yang lebih sempit dari pada filsafat matematika. *Foundations of mathematic* khususnya berkaitan dengan konsep-konsep dan asas-asas fundamental (*fundamental concepts and principles*) yang digunakan dalam matematika. Dengan demikian kedua definisi *philosophy of mathematics* dari kamus-kamus filsafat tersebut di atas lebih merupakan batasan dari pengertian landasan matematik. Charles Parsons dalam **The Encyclopedia of Philosophy** menegaskan:

“Foundational research has always been concerned with the problem of justifying mathematical statements and principles, with understanding why certain evident propositions are evident, with providing the justification of accepted

⁴⁴ The Liang Gie., *Op.cit.*, h. 33

⁴⁵ Everth W. Beth, *The Foundation of Mathematics : A Study in the Philosophy of Science*, 1965, p. 613

principles which seem not quite evident, and with finding and casting off principles which are unjustified.”

Dari konsep pokok dan prinsip dasar *foundatuions of mathematics*, meneruskan penelaahannya sehingga sampai pada sifat alami (*nature*) dari matematika dan tentang metode matematika sebagaimana ditegaskan dalam Encyclopedia Britannica. Dengan adanya perluasan pokok soal dan permasalahan yang ditelaah itu dapatlah dimengerti pada dasarnya landasan matematika (*foundations of mathematic*) seolah-olah identik dengan filsafat matematika (*philosophy of mathematic*). Namun, pada hakikatnya landasan matematika kalah luas jika dibanding dengan filsafat matematika.

Seorang ahli matematika menyatakan bahwa perkataan ‘*foundation*’ hanya dipakai oleh para ahli matematika yang mengacu pada studi tentang sifat alami yang mendasar dari matematika (*studies of the basic nature of mathematics*).⁴⁶

Selain landasan matematika yang kadang-kadang secara kurang tepat dipersamakan dengan filsafat matematika adalah *metamathematics* (adi-matematika). *Metamathematics is a branch of mathematical logic which studies formal theories and solves problems pertaining to such theories.*⁴⁷

⁴⁶ Bryan Bunch, “*Mathematics*” *The New Book of Knowledge*, (New York: Grolier, 1973), p. 161

⁴⁷ Andrzej Mostowski, “*Tarski, alfred*”, *The Encyclopedia of Philosophy*, (New York: Macmillan & Free Press, 1967), p. 78

Patrick Suppes merumuskan *metamathematics* sebagai cabang matematika yang menyelidiki struktur dari sistem-sistem bahasa atau teori-teori yang diformalkan dan hubungannya dengan entitas-entitas matematika lainnya.⁴⁸

*Metamathematics includes the description or definition of formal systems as well as the investigations of properties of formal systems. In dealing with a particular formal system, we may call the system the object theory, and the metamathematics relating to its metatheory.*⁴⁹

Bidang pemikiran filsafati lain yang berkaitan dengan matematika adalah *mathematical philosophy* (filsafat kematematikan). Sulit untuk membedakan antara filsafat matematika dengan filsafat kematematikan, karena keduanya merupakan pemikiran filsafati. Adapun perbedaan keduanya dapat diketahui melalui penafsiran filsafat kematematikan sebagai filsafat berdasarkan matematika dan sebaliknya filsafat matematika sebagai filsafat mengenai matematika. Filsafat kematematikan menggunakan matematika sebagai tolak ukur dan sumber ide dalam pemikiran filsafati. Sedangkan filsafat matematika merupakan pemikiran filsafati tentang matematika untuk memperoleh pemahaman tentang matematika.

⁴⁸ Patrick Suppes, *Introduction to Logic*, (- : Luchins & Luchins, 1957), p. 132

⁴⁹ Stephen Cole Kleene, *Introduction to Metamathematics*, (Princeton: D. Van Nostrand, 1952), p. 62

F. Aliran dalam Filsafat Matematika

Filsafat matematika tidak bermaksud untuk memberikan analisis mengenai proses-proses berpikir yang dilalui oleh seorang ahli matematika untuk memperoleh pengetahuan. Dalam hal ini, yang menjadi bahan telaahan adalah struktur pengetahuan itu sendiri. Filsafat matematika adalah penelaahan tentang konsep dan pembenaran prinsip-prinsip yang digunakan dalam matematika itu sendiri.⁵⁰

Ketika mencari bukti-bukti matematika serta ketika menyusun sebuah teori deduktif, orang dapat memakai berbagai macam metode, yang tidak ditemukan kembali dalam perumusan yang definitif. Dalam proses ini, arti-arti tidak perlu karena merupakan momen yang berada di luar lingkungan pandangan. Arti-arti tersebut bisa digunakan tetapi dengan syarat-syarat yang telah ditentukan. Dengan kata lain, suatu pernyataan dapat diformulasikan menjadi bukti, yang didalamnya arti-arti tadi tidak lagi berperan. Sebaliknya, teori-teori yang diformulasikan hanya disusun dengan kemungkinan untuk dapat diinterpretasikan. Teori-teori yang diketahui tidak dapat diberi interpretasi yang menarik perhatian, biasanya akan diolah begitu saja secara tidak mendalam.

Meskipun catatan-catatan pertimbangan di atas telah diperhatikan, namun kiranya akan keliru apabila timbul kesan bahwa dalam filsafat matematika tidak terdapat perbedaan pendapat mengenai masalah-masalah matematika. Pada awal abad

⁵⁰ Anthony Flew (Ed.), *A Dictionary of Philosophy*, (London: Pan Books, 1979), p. 206

ke-20, justru sesudah matematika abstrak diakui sah kehadirannya secara *definitive*, terdapat tiga buah pendirian yang saling berhadapan tajam.⁵¹

a) Aliran Logisisme

Pertama, kita dapati aliran *Logisisme* yang diajarkan oleh Gottlob Frege, yang kemudian dikembangkan oleh Bertrand Russel dan Alfred North Whitehead.⁵² Mereka berpendapat bahwa matematika adalah cabang dari logika, atau lebih tepatnya, matematika adalah perkembangan lebih lanjut dari logika. Logika tidak hanya merupakan sarana yang dipakai dalam matematika, tetapi bahkan merupakan induk dari matematika. Semua konsep matematika dapat dinyatakan dalam konsep-konsep logika dan semua teorema matematika dapat diturunkan dari teorema-teorema logika.⁵³

Para penganut paham ini berusaha agar matematika dapat dikembalikan kepada logika. Menurut paham ini, paham yang diberikan oleh logika dalam matematika dipandang mencapai jumlah yang sangat. Orang tidak hanya berpendapat bahwa pembuktian-pembuktian matematika berlangsung menurut hukum-hukum serta aturan-aturan logika, melainkan di samping itu, jika diusahakan agar suku-suku dasar serta definisi-definisi matematika disamakan sepenuhnya dengan ungkapan-ungkapan logis.⁵⁴

⁵¹ Beerling, dkk., *Pengantar Filsafat Ilmu*, alih bahasa Soejono Soemargono, (Yogyakarta: Tiara Wacana, 1988), h. 45-46.

⁵² Jujun S. Suriasumantri, *Filsafat Ilmu: Suatu Pengantar Populer*, (Jakarta: Pustaka Sinar Harapan, 1993), h. 206

⁵³ *Dari Sudut-Sudut Filsafat: Sebuah Bungarampai*, dihimpun oleh Majalah Mahasiswa STF Driyarkara, (Yogyakarta: Kanisius, 1977), h. 125.

⁵⁴ Beerling, dkk., *op. cit.*, h. 46.

*But both have developed in modern times logic has become more mathematical and mathematics has become more logical. The consequence is that it has now become wholly impossible to draw a line between the two; in fact, the two are one. They differ as boy and man: logic is the youth of mathematics and mathematics is the manhood of logic.*⁵⁵

Russel menganggap matematika murni semata-mata terdiri dari deduksi-deduksi logis dari asas-asas logika. Perbedaan antara matematika dan logika hanya demi alasan praktis saja.

Matematika adalah kumpulan semua pernyataan yang berbentuk, dimana p dan q adalah pernyataan-pernyataan yang memuat satu atau lebih variabel dan tidak memuat suatu konstan pun selain konstan logika. *“Mathematics in its widest significations is the development of all types of formal, necessary, deductive reasoning”*.⁵⁶ Russel dan Whitehead menyusun suatu karya besar berjudul *Principia Mathematica*, sebagai usaha dalam rangka membangun dasar yang kokoh bagi matematika.

Russel dan Whitehead melalui buku tersebut menjelaskan secara terperinci dan mendetail untuk memperlihatkan bagaimana matematika dapat diturunkan dari logika. Mulai dengan konsep-konsep dan proposisi-proposisi logika, melalui deduksi-deduksi logis, mereka sampai pada konsep-konsep dan teorema-teorema matematika. *“...the authors of Principia Mathematica seem nowhere to have recognized that any*

⁵⁵ Bertrand Russel, *Introductions to Mithematical Philosophy*, (London: George Allen and Unwin, 1956), p. 194

⁵⁶ Howard Eves and Carrol I V. Newsom, *An Introductions to the Foundations and Fundamental Concepts of Mathematiss*, (New York: John Wiley and Sons, Inc., 1964)

purely symbolic device such as the introduction of the complete symbols, or even the emission of psedu quantifier which precede them and indicate their scope."⁵⁷

b) Aliran Formalisme

Kedua, aliran *Formalisme*, yang terutama dihubungkan dengan nama David Hilbert. Para pengikut aliran ini menyelidiki akibat-akibat *formalism*. Teori-teori matematika dipandang sebagai larikan-larikan rumus yang susul-menyusul menurut hukum tertentu. Kaum formalis menekankan kepada aspek formal dari matematika sebagai bahasa perlambang (*sign-language*) dan mengusahakan konsistensi dalam penggunaan matematika sebagai bahasa lambing.⁵⁸ Simbol-simbol dianggap mewakili berbagai sasaran yang menjadi obyek matematika.⁵⁹ Bilangan-bilangan misalnya, dipandang sebagai sifat-sifat struktural yang paling sederhana dari semua yang ada di alam ini.

Pada abad ke-XVII, telah ditemukan sejumlah paradoks logika serta matematika. Berdasarkan kenyataan ini, aliran Formalisme menarik pelajaran bahwa metamatematika atau atau teori pembuktian, hendaknya ditunjukkan bahwa dalam simbol-simbol matematika tidak terdapat dua buah rumus yang berbentuk *A* dan *B*, dapat dibuktikan kebenarannya sekaligus. Dengan demikian, metamatematika berkaitan dengan teori-teori matematis secara *formalistic*. Dalam metamatematika,

⁵⁷ Max Black, *The Nature of Mathematics*, (New Jersey: Littlefield, 1959), p. 83.

⁵⁸ Jujun S. Suriasumantri, *op. cit.*, h. 207

⁵⁹ The Liang Gie, *op. cit.*, h. 37

hendaknya hanya diperbolehkan memakai sarana-sarana pembuktian matematika yang bersifat paling kurang meragukan ditinjau secara intuitif.⁶⁰

Ajaran ini menekankan bahwa dasar terdalam dari matematika tidak terletak pada logika, tetapi pada sekumpulan simbol-simbol serta pengolahannya. Jadi, matematika itu sebenarnya tidak mempunyai isi yang konkret, melainkan hanya elemen-elemen simbolis yang tak berarti beserta aturan permainannya. “... *a meaningless game played with meaningless marks according to certain formal rules agreed upon beforehand.*”⁶¹

c) Aliran Intuisionisme

Ketiga, aliran *Intuisionisme*, sebuah pendirian yang timbul berkat ahli matematika Belanda L. E. J. Brouwer. Para penganut aliran ini mengatakan bahwa pada tahap terakhir, matematika didasarkan atas intuisi-intuisi pokok tertentu. Menilik sifatnya, teori-teori matematika merupakan bentukan-bentukan intuitif dalam pikiran ahli matematika. Secara tegas, Brouwer memandang arti pentingnya logika relatif rendah.

Hukum-hukum logika tidaklah memberikan kepada kita aturan-aturan bagi sahnya penalaran matematis. Sebaliknya, hukum-hukum ini baru kemudian dapat ditangkap sesudah ada penalaran matematis, bila penalaran ini telah sekali terungkap dalam tanda-tanda yang dapat diamati. Dalam hal ini, orang perlu berhati-hati, karena bukannya tanda-tanda itu yang hakiki bagi matematika, melainkan hasil-hasil intuisi

⁶⁰ Beerling, dkk., *op. cit.*, h. 47.

⁶¹ Carl B. Boyer, *History of Mathematics*, (New York: John Wiley and Sons, Inc., 1968), p.

yang terdapat dalam pikiran manusia. Simbol-simbol ini hanya diperlukan untuk dapat mengkomunikasikan bentukan-bentukan ini.⁶²

⁶² Beerling, dkk., *op. cit.*, h. 48

BAB III

KONSTRUKSI FILSAFAT MATEMATIKA THE LIANG GIE

A. Riwayat Hidup The Liang Gie

The Liang Gie lahir pada tanggal 25 Agustus 1932 di Yogyakarta. Dia hidup bersama ayah, ibu dan kesembilan saudaranya. Hidup pada zaman yang penuh pergolakan yaitu zaman penjajahan Belanda dan pendudukan Jepang.⁶³

Di luar masalah-masalah politik negara yang memanas, The Liang Gie bersama keluarganya hidup sederhana. Ayah dan ibunya bekerja membuka toko pakaian anak-anak. Semua pakaian yang dijual, dibuat sendiri oleh ibunya. Walaupun hidup dalam kesederhanaan, pendidikan sangat diperhatikan. Buktinya sesusah apapun zaman itu, The Liang Gie tidak pernah putus sekolah. Semangatnya sangat tinggi menempuh jenjang pendidikan paling tinggi.

Suasana politik yang tidak menentu menyebabkan keluarganya berpindah-pindah rumah. Begitu pula dengan sekolahnya. Selama SD dan sekolah menengah pertama (SLTP) dia sekolah di Yogyakarta. Sedangkan SLTA, dia bersekolah di Jakarta ikut pamannya kemudian dia juga melanjutkan sekolah di perguruan tinggi di UGM Yogyakarta. Universitas terbesar waktu itu.

Selama belajar di UGM, The Liang Gie adalah sosok yang rajin mengunjungi perpustakaan. Dia membaca berbagai buku, baik itu terbitan dalam maupun luar

⁶³ Tabloid Kampus UGM, <http://www.tabloidkampus.com/detail.php?id=209&edisi=6>, diakses tanggal 16 Juni 2012

negeri. The Liang Gie adalah mahasiswa Fakultas Hukum, Ekonomi, Sosial dan Politik (HESP) yang selalu haus akan informasi. Para dosen dan pengajar di UGM sampai kagum dengan semangat dan kemampuan belajar The Liang Gie yang sangat tinggi.

Semangat tingginya itu tidak terlepas dari keinginan kuat untuk segera lulus kuliah sehingga tidak akan terlalu lama membebani ibunya yang membanting tulang bekerja demi menghidupi dia dan saudara-saudaranya. Berkat kerja keras dan keuletannya dalam belajar, The Liang Gie berhasil menyelesaikan kuliah kurang dari empat tahun. Menjadi lulusan sarjana dengan gelar Doctorandus pada usia sekitar 24 tahunan.

Setelah lulus UGM, The Liang Gie pernah bekerja di beberapa tempat. Dari bekerja sebagai Pegawai Daerah Kotapraja Jakarta Raya pada tahun 1956, menjadi pengajar Fakultas Ilmu Sosial dan Ilmu Politik UGM, pengajar Universitas Negeri Cendrawasih Irian Jaya, pengajar Balai Pembinaan Administrasi UGM sampai menjadi pengajar Fakultas Filsafat UGM.

Tidak ketinggalan, profesi sekaligus obsesi yang ditekuni hingga mengantarkan dia menjadi sosok yang terkenal seperti saat ini, menjadi penulis. Meskipun, bukan popularitas yang sebenarnya dia inginkan. The Liang Gie hanya berusaha menyalurkan “obsesinya.” Dia adalah sosok perfeksionis yang mampu mewujudkan segala macam impiannya menjadi benar-benar nyata dan terwujud.

Namun di balik itu semua The Liang Gie percaya dengan keberuntungan. Berulang kali dia menyebutkan keberuntungan sebagai pembawa pencerahan ketika

dia menghadapi suatu kendala. Awal keberuntungan dimulai dari saat kakaknya yang menjemput dia di tempat pengungsian di Semarang saat tentara Belanda menyerbu Yogyakarta.

Waktu itu kondisi politik di Yogyakarta sedang kisruh akibat pertempuran antara tentara Indonesia melawan Belanda. Peristiwa ini yang kemudian dikenal dengan “Pertempuran Enam Jam di Jogja.” Akibat peristiwa itu, The Liang Gie bersama dengan keluarganya terpaksa mengungsi ke Semarang. The Liang Gie lalu dibawa kakaknya ke Jakarta untuk tinggal bersama pamannya. Di sana dia disekolahkan. Bila waktu itu kakaknya tidak membawa dia ke Jakarta, dia yakin tidak akan menjadi seperti sekarang ini, bisa bersekolah sampai dengan meraih gelar akademik yang dia inginkan. Setelah itu keberuntungan lain muncul, diterima menjadi pegawai pemerintah, mendapatkan beasiswa untuk menempuh kuliah di luar negeri sampai dengan memiliki keluarga yang dia cintai.

Bagi The Liang Gie, keluarga adalah segalanya. Tentu saja disamping obsesi-obsesi dalam hidup yang selalu bisa membuatnya terpacu untuk maju. Kemanapun dia berada, keluarga harus selalu ada di sampingnya. Dia beranggapan bahwa ayah yang baik adalah ayah yang bisa mempertahankan keluarganya untuk berkumpul. Seberat apapun itu dia akan selalu mengusahakannya. Maka saat dia mendapatkan beasiswa dan disekolahkan di luar negeri, The Liang Gie membawa serta isteri dan anak-anaknya. Tentu hal ini bukan hal mudah. Terutama dari segi materi dimana dia harus mengeluarkan uang ekstra demi keluarganya bisa tetap bersatu.

Diakui oleh The Liang Gie bahwa dirinya adalah pribadi yang sederhana dan hemat. Dia tidak pernah senang memakai pakaian-pakaian mewah atau makan makanan yang dengan harga yang sangat mahal. Baginya sudah cukup ketika dia sudah bisa makan sayuran dan buah serta air putih. Pepaya dan daun kubis sudah cukup menurutnya. The Liang Gie juga percaya apa yang dia makan justru lebih sehat dibandingkan makanan-makanan mahal lainnya. Dia lebih rela menghabiskan sekian ratus juta uangnya untuk sekolah ketimbang hanya memenuhi kebutuhan materi.

Dalam hidup, The Liang Gie percaya bahwa manusia mengalami kedewasaan pada usia 21 tahun sedangkan fase kehidupan manusia meliputi lima tahap kelipatannya. Dia ingin menerapkannya. Dia mempunyai keinginan untuk hidup sampai umur 105 tahun. Makanya untuk mencapai keinginannya tersebut, dia mengonsumsi makanan-makanan sehat.

Dalam perjalanan karier dan hidupnya, The Liang Gie termasuk sosok yang sangat ambisius, optimistis dan perfeksionis. Tapi nyatanya sifat-sifat inilah yang justru mengantarkan dia pada gerbang kesuksesan. The Liang Gie yang dulu sewaktu kecil sangat penakut dan pemalu, berubah menjadi singa yang sangat buas ketika dia sudah mempunyai obsesi dalam hidupnya.

Obsesi-obsesi yang selalu bisa membuatnya untuk maju. Bahkan gara-gara obsesi-obsesi yang sering dia buat, dia menjadi punya banyak target dalam hidup. Di saat target itu bisa dicapai, ada semacam kepuasan tersendiri yang bisa dirasakan olehnya sebagai makhluk hidup. Seperti mereguk air di padang gurun yang gersang.

The Liang Gie adalah orang yang suka dengan totalitas. Fokus pada satu pekerjaan sudah menjadi prinsip hidupnya. Dia tidak suka membagi-bagi pikirannya dalam bermacam-macam konsentrasi. Ketika dia mendapatkan sebuah pekerjaan, maka dia akan mengerjakannya dengan sungguh-sungguh. Bahkan karena obsesinya, dia berusaha bekerja paling baik dan menjadi nomor satu di antara yang lain. Makanya dia seringkali menolak tawaran bekerja di tempat lain. Karena sifatnya yang konsisten pada satu hal ini, dia pernah menolak untuk mengisi mengajar di perguruan tinggi lain selain UGM.

Ketotalitasan The Liang Gie juga tercermin dari etos kerja yang dia tunjukkan. Dimanapun dia berada, ia mempunyai obsesi ingin berprestasi. Semangat berjuang dan kompetisinya sangat kuat dan menyala-nyala. Sebagai seorang pekerja atau pegawai negeri, dalam benaknya dia harus bekerja dengan sungguh-sungguh, rajin dan mempunyai konsep yang matang. Semua itu dilakukan demi mencapai hasil kerja yang optimal.

Landasan kuat saat dia memutuskan untuk menjadi pegawai negeri adalah pengabdian kepada negara dan masyarakat sehingga dalam sepak terjangnya dia selalu berusaha untuk memberikan yang terbaik untuk pengabdiannya ini. Bagi The Liang Gie, disiplin dan konsisten dalam menjalankan pekerjaan merupakan harga mati yang tidak dapat ditawar-tawar. Sikap dan sifat seperti itulah yang menyebabkan dia dikagumi oleh atasan dan rekan sekerjanya. Menurutnya, kedisiplinan, konsistensi dan tanggung-jawab dalam mengerjakan sesuatu merupakan wujud 'kebaikan' dalam

hidup. ”Jangan dikira tidak ada korelasi antara menjalankan hidup dengan baik dengan keberuntungan,” ujarnya.

Menurutnya keberuntungan-keberuntungan yang dia dapatkan adalah buah dari sikap-sikapnya yang selalu berusaha menanamkan kebaikan. Selama kebaikan ini selalu dipupuk maka keberuntungan akan selalu datang. Rumus hidup inilah yang saat ini coba digambarkan ketika dia ditanya mengenai rahasia kesuksesan dalam hidupnya.

”Keberuntungan akan selalu berpihak pada orang yang suka melakukan kebaikan,” ujarnya.

Adapun karya tulis The Liang Gie dalam bidang filsafat, meliputi:⁶⁴

1. Kamus Logika (1975)
2. Garis besar estetik (Filsafat Keindahan) (1976)
3. Suatu Konsepsi ke Arah Penertiban Bidang Filsafat (1977)
4. Dari Administrasi ke Filsafat: Suatu Kumpulan Karangan Lagi (1978)
5. Teori-teori Keadilan: Sumbangan Bahan untuk Pemahaman Pancasila (1979)
6. Pengantar Logika Modern, 2 Jilid (1979), ditulis bersama Drs. Suhartoyo Hardjosatoto dan Dr. Ny. Endang Daruni Asdi
7. Filsafat matematika, Bagian Kesatu: Pengantar Perkenalan (1980)
8. Pengantar Filsafat Ilmu (Edisi Kesatu) (1987)

⁶⁴ The Liang Gie, *Pengantar Filsafat Ilmu*, (Yogyakarta: Liberty, 2007), h. vi

B. Filsafat Matematika

James dalam bukunya *“Lectures on the Philosophy of Mathematic”* menyebutkan bahwasanya matematika adalah sebuah kesatuan yang tak terpisahkan yang terdiri atas bagian-bagian tertentu. Dan hal ini akan lebih mudah untuk ditelaah jika kita memahaminya melalui jalur filosofis.

“The consideration of these problems is what we mean by the philosophy of mathematics. If we can arrive at some answer, partial though it may be, it certainly would be worth while. Said Hilbert,1 " Mathematical scienceis, in my opinion, an indivisible whole, an organism whose vitality is conditioned upon the connection of its parts." It may therefore be studied in the same way as any other organism, and such study of a branch of human knowledge is what we shall understand by philosophy. We will therefore classify the problems we purpose to consider as follows :

1. *The content of mathematics and its evolution*
2. *The central principles of mathematics*
3. *The source of the reality of mathematics*
4. *The methods of mathematics*
5. *The regions of validity of mathematics*

The Liang Gie memberikan pengertian filsafat matematika dengan menyatakan bahwa filsafat matematika merupakan sudut pandang yang menyusun dan mempersatukan bagian-bagian dan kepingan matematika berdasarkan beberapa asas dasar. Persoalan dalam filsafat matematika dapat diperinci menjadi tujuh persoalan, sebagai berikut:⁶⁵

⁶⁵Tim Filsafat UGM, <http://jurnal.filsafat.ugm.ac.id/index.php/jf/article/viewFile/54/52.html> diakses pada tanggal 15 April 2012

1. Epistemologi matematika, yang menelaah matematika berdasarkan berbagai segi pengetahuan seperti kemungkinan, asal-mula, sifat alami, batas, asumsi dan landasan.
2. Ontologi matematika, yang mempersoalkan cakupan pernyataan matematika sebagai dunia yang nyata atau bukan.
3. Metodologi matematika. Metodologi matematika, yang menelaah metode khusus yang dipergunakan dalam matematika.
4. Struktur logis dari matematika. Struktur logis matematika, yang membahas matematika sebagai struktur yang bercorak logis, yaitu struktur yang tunduk pada kaidah logika (*laws of logic*), yang mensyaratkan standar tinggi dalam ketelitian logis (*logical precision*), dan yang mencapai kesimpulan logis (*logical conclusions*) tanpa menghiraukan keadaan dunia empirik.
5. Implikasi etis dari matematika. Implikasi etis matematis, yang berkaitan dengan dampak yang ditimbulkan oleh penggunaan matematika dalam berbagai bidang kehidupan, yang dipandang dari sudut pandang etis.
6. Aspek estetis dari matematika. Aspek estetis matematika, yang berkaitan dengan ciri seni dan keindahan matematika, yang diukur berdasarkan orisinalitas ide, kesederhanaan dalil, dan kecemerlangan pemikiran.
7. Peranan matematika dalam sejarah peradaban manusia. Peranan matematika dalam sejarah peradaban, yang meliputi analisis, deskripsi, evaluasi, dan interpretasi tentang peranan matematika dalam peradaban sejak zaman kuno hingga abad modern.

1. Epistemologi Matematika

Epistemologi atau teori pengetahuan membahas secara mendalam segenap proses yang terlihat dalam usaha kita untuk memperoleh pengetahuan. The Liang Gie (1985) mengatakan bahwa epistemologi matematika adalah teori pengetahuan yang sasaran penelaahannya ialah pengetahuan matematika. Epistemologi sebagai salah satu bagian dari filsafat merupakan pemikiran reflektif terhadap segi dari pengetahuan seperti kemungkinan, asal mula, sifat alami, batas-batas, asumsi dan landasan, validitas dan reliabilitas sampai kebenaran pengetahuan.

Sekelompok pertanyaan mengenai apakah matematika itu (pertanyaan yang diperbincangkan oleh para filsuf dan ahli matematika selama lebih daripada 2000 tahun), termasuk jenis pengetahuan apa (pengetahuan empirik atautkah pengetahuan pra-pengalaman), bagaimana ciri-cirinya (deduktif, abstrak, hipotesis, eksak, simbolik, universal, rasional, dan kemungkinan ciri lainnya), serta lingkupan dan pembagian pengetahuan matematika (matematika murni dan matematika terapan serta berbagai cabang matematika yang lain), kesemua ini merupakan bahan-bahan pembahasan yang termasuk dalam epistemologi matematik. Demikian pula persoalan tentang kebenaran matematika (*mathematical truth*) seperti misalnya sifat alaminya dan macamnya.

Epistemologi matematika pada dasarnya erat dengan masalah pengetahuan matematika. Adapun pengetahuan yang dimaksud meliputi pertanyaan apa yang dimaksud dengan aljabar maupun bagaimana konsep dari sistem persamaan linear dua variabel.

Aljabar adalah adalah sebuah sistem simbol dan aturan yang secara umum dipahami, tanpa mempedulikan bahasa yang digunakan.⁶⁶ Aljabar memberikan proses metodis yang jelas dan bisa diikuti dari awal sampai akhir. Aljabar merupakan alat organisasi yang paling bermanfaat jika diikuti sesuai dengan aturan-aturan yang tepat. Kekuatan yang menakjubkan.

Adapun sistem persamaan adalah sejumlah persamaan yang benar secara bersamaan. Istilah “sistem persamaan” dan “persamaan simultan” bisa saling menggantikan.⁶⁷ Sistem persamaan juga bisa diartikan sebagai nilai dari kuantitas-kuantitas yang tak diketahui atau variabelnya adalah sama untuk kedua persamaan. Linear adalah suatu persamaan dimana pangkat tertinggi dari setiap suku adalah satu. *Linear equations is an equation in which the variable only appears to the first power, and does not appear in a denominator.*⁶⁸ Konsep meliputi ide abstrak yang dapat digunakan untuk menggolongkan atau mengkategorikan sekumpulan objek, apakah merupakan contoh konsep atau bukan. Konsep berhubungan dengan definisi. Adapun konsep yang dimaksud dalam sistem persamaan linear dua variabel adalah dua persamaan linear yang mana masing-masing persamaan memiliki dua variabel yang tidak diketahui. Bentuk umum sistem persamaan linear yang terdiri dari m buah persamaan linear dan n buah peubah dituliskan sebagai berikut:⁶⁹

⁶⁶ Mary Jane Sterling, *Algebra for Dummies*, (New Jersey: Wiley Publishing. Inc., 2005), p. 1

⁶⁷ The Math Forum, *Dr. Math Explains Algebra*, (New Jersey: John Wiley & Sons. Inc., 2004), p.37

⁶⁸ Daniel J. Bach, *Pre-Algebra: Math for A Variable Word*, (New York: houghter Mifftlin company, 1995), p. 495

⁶⁹ Danang Mursita, *Aljabar Linear*, (Bandung: Rekayasa Sains, 2010), h.21

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n = b_1$$

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n = b_2$$

.....

$$a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \cdots + a_{mn}x_n = b_m$$

Dengan x_1, x_2, \dots, x_n merupakan peubah dan $a_{ij} \in \mathfrak{R}$, dengan $i = 1, 2, 3, \dots, m$ dan $j = 1, 2, 3, \dots, n$ merupakan koefisien sistem persamaan linear.

Dari definisi diatas, bentuk umum dari sistem persamaan linear dua variabel adalah sebagai berikut,

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 = b_1$$

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 = b_2$$

So far in our study we have considered only those sets containing whole numbers. It is interesting to consider sets containing only pairs of whole numbers. For example, consider a set S consisting of the following numbers pairs.

$$S = \{(2,4), (1,3)\}$$

We can construct sentences about the pairs of numbers in S by using two variables in our sentences. For simplicity we shall use only the variables x and y and agree that only the first number in any pair may be used as a replacement for x and that, at the same time, we must insert the second number in that pair for y. consider the following sentence about the pairs of numbers in S: "x + y = 6". We can now test each pair according to our agreement.

$$2 + 4 = 6 \text{ true}$$

$$1 + 3 = 6 \text{ false}$$

The solution set is (2,4).⁷⁰

⁷⁰Brumfiel, Charles. F. , *Fundamental concepts of Elementary Mathematics*, (Reading Massachussets: Addison Wesley Publishing Company, Inc. 1993), p. 187

Pada dasarnya persamaan linear sama halnya dengan fungsi linear, didefinisikan sebagai berikut,

$$f(x) = mx + b$$

dimana m dan b konstan disebut fungsi linear.⁷¹

Selain itu, yang menjadi pertanyaan dalam bahasan ini adalah apakah aljabar khususnya “sistem persamaan linear dua variabel” termasuk jenis pengetahuan apa? Empirik atau non-empirik. Pada dasarnya aljabar merupakan penggeneralisasian dari aritmatika. Kasus-kasus dalam aljabar khususnya sistem persamaan linear dua variabel juga bersumber dari beragam problem yang ada di kehidupan sehari-hari. Dewasa ini kasus aljabar tidak hanya terbatas dari kehidupan sehari-hari, namun juga untuk kasus-kasus yang abstrak. Sehingga, untuk itulah aljabar sebagai cabang matematika juga berpola pikir deduktif yaitu kebenarannya harus dibuktikan secara umum. Sedangkan ruang lingkup dari matematika ini tercakup dalam matematika murni. Menurut Quthb Al-Din Al-Syirazi, Aljabar diklasifikasikan dalam ilmu-ilmu filosofis teoritis matematika. Sedangkan menurut Ibnu Khaldun matematika aljabar termasuk dalam sains filosofis intelektual cabang sains kuantitatif.

2. Ontologi Matematika

Ontologi pada akhir-akhir ini dipandang mengenai apa yang ada. Hubungan antara pandangan ontologisme (atau metafisis) dengan matematika cukup banyak

⁷¹ El-Bridge D. Vance, *Modern Algebra and Trigonometry*, (Reading: Addison Wesley Publishing, Inc. 1962), p.144

menimbulkan persoalan-persoalan yang dibahas oleh sebagian filsuf matematik. Dalam ontologi matematika dipersoalkan cakupan dari pernyataan matematika. Pandangan realisme empirik menjawab bahwa cakupan termaksud merupakan suatu realitas.

Ontologi membahas tentang yang ada, yang tidak terikat oleh satu perwujudan tertentu. Ontologi berupaya mencari inti yang termuat dalam setiap kenyataan atau dalam rumusan Lorens Bagus: menjelaskan yang ada yang meliputi semua realitas dalam semua bentuk. Dalam ontologi matematika dipersoalkan cakupan dari pernyataan matematika (cakupannya suatu dunia yang nyata atau bukan). Pandangan realisme empirik menjawab bahwa cakupan merupakan suatu realitas.

Eksistensi dari entitas-entitas matematika juga menjadi bahan pemikiran filsafat. Dalam geometri sudah lazim diterima bahwa di antara dua titik terdapat satu garis lurus. Tetapi apabila dicari dalam dunia pengalaman manusia, tidak pernah dijumpai titik dan garis dalam artinya secara harfiah. Terhadap problem filsafat ini pandangan Platonisme menjawab bahwa titik dan garis yang sesungguhnya terdapat dalam dunia transenden yang kini hanya diingat oleh jiwa manusia di dunia ini.

Konsepsi Aristotelianisme mengemukakan pandangan yang berbeda, pandangan ini mengemukakan bahwa entitas-entitas itu sungguh ada dalam dunia empirik tetapi harus disuling dengan abstraksi. Pengertian eksistensi matematis (*mathematical existence*) juga merupakan pertanyaan yang belum terjawab: apakah ini suatu jenis eksistensi yang berbeda, atau eksistensi dari suatu jenis benda/ hal

yang berbeda, ataukah kedua-duanya atau sama sekali bukan itu.⁷² Suatu hal lagi yang merupakan problem yang bertalian ialah apakah matematika ditemukan oleh manusia atau diciptakan oleh budinya. Pendapat yang menganggap matematika sebagai suatu penemuan mengandung arti bahwa aksioma-aksioma matematika merupakan kebenaran mesti (*necessary truth*) yang sudah ada lebih dulu di luar pengaruh manusia.⁷³

Pada kajian ontologi yang mempertanyakan matematika adalah cakupan dunia nyata atau bukan. Angka-angka dan rumus-rumus dan berbagai konsep dalam matematika sesungguhnya tak lebih dari simbol-simbol yang digunakan untuk membahasakan kuantitas-kuantitas yang ada dalam realitas nyata kita sehari-hari. Pada hakikatnya, matematika itu sama sekali bukanlah berurusan dengan angka-angka dan sebagainya, namun berurusan dengan realitas nyata, dalam hal ini segi dimensi kuantitatifnya. Sehingga tidak menimbulkan mispersepsi yang mana matematika dapat mengasingkan kita dari dunia nyata. Hal ini juga berlaku pada aljabar.

3. Metodologi Matematika

Metodologi matematika adalah penelaahan terhadap metode yang khusus dipergunakan dalam matematika. Metode yang khusus dari matematika kini lazim

⁷² Paul Benacerraf & Hillary Putnam, eds., *Philosophy of Mathematics: Selected Readings*, (Introductions: 1964), p. 2

⁷³ Cahyono, Filsafat Matematika, <http://apa-rumahkita.blogspot.com/2009/03/refleksi-terhadap-filsafat-pendidikan.html>, diakses pada tanggal 12 April 2012

dikenal sebagai *axiomatic method* (metode aksiomatik) atau *hypothetical-deductive method* (metode hipotetik-deduktif). Thomas Greenwood memberikan perumusan sebagai berikut:

“The axiomatic or Hypothetico-deductive method as used by the theoretical and especially the mathematical sciences. It involves such problems as the selection, independence and simplification of primitive terms and axioms, the formalization of definitions and proofs, the consistency and completeness of the constructed theory, and the final interpretation.”

Metode aksiomatik atau hipotetik-deduktif sebagaimana dipakai dalam ilmu-ilmu teoritis dan khususnya matematika. Ini menyangkut problem-problem seperti pemilihan, kebebasan dan penyederhanaan dari istilah-istilah pangkal dan aksioma-aksioma, formalisasi dari batasan-batasan dan pembuktian-pembuktian, keruntutan dan kelengkapan dari teori yang disusun, serta penafsiran yang terakhir.

Metodologi dalam matematika meliputi metode yang digunakan dalam matematika. Kita telah mengetahui bahwasanya matematika adalah pengetahuan deduktif. Dalam ranah aljabar ada beberapa empat tahapan berpikir metodis, yaitu:⁷⁴

- 1) Tahap mempelajari soal, yang meliputi langkah mengamati dan mengklasifikasikan.
- 2) Tahap menyusun rencana, yaitu meliputi langkah memilih strategi.
- 3) Tahap melaksanakan rencana, yang meliputi langkah-langkah dalam menjalankan strategi pemecahan masalah.

⁷⁴ Eko Prasetyo. P, *Pengantar Aljabar*, (Jakarta: Prestasi Remaja, 2011), h. 23

- 4) Tahap mengecek hasil pemecahan masalah, pada tahap ini bertujuan untuk mengetahui kebenaran dari penyelesaian yang telah didapatkan.

Strategi untuk memecahkan soal yang berbasis sistem persamaan linear dua variabel, meliputi metode inspeksi, metode eliminasi, metode substitusi, metode interseksi dan metode grafik.⁷⁵

Metode inspeksi adalah metode yang termudah dan selalu menjadi gagasan yang baik untuk digunakan sebelum menggunakan metode lain. Metode kedua yaitu eliminasi. Metode eliminasi didasarkan pada sebuah prinsip sederhana, yaitu menyapkan salah satu variabel agar variabel yang tersisa bisa ditentukan nilainya. Metode ketiga adalah substitusi. Metode substitusi yaitu metode yang pada intinya mengubah salah satu dari variabel x dan y ke dalam bentuk hasil dari variabel yang lain. Metode selanjutnya yaitu metode interseksi. Metode ini merupakan sebuah cara menyelesaikan sebuah peubah dan mengatur supaya pernyataan yang dihasilkan sama nilainya. Terakhir metode grafik. Metode grafik biasanya menjadi metode yang paling sulit, kecuali dengan kalkulator grafik ataupun program yang sejenisnya. Ini bisa menjadi sangat mudah, tetapi ada juga kemungkinan membuat kesalahan untuk membaca titik perpotongan grafik.

4. Struktur Logis dari Matematika

Struktur logika dari matematika merupakan bagian dari filsafat matematika yang membahas sarasanya sebagai sebuah struktur yang sepenuhnya bercorak logis.

⁷⁵ The Math forum, *Op. cit.*, p. 40

Struktur yang demikian itu tunduk pada kaidah-kaidah logika (*laws of logic*), mensyaratkan standar tinggi dalam ketelitian logis (*logical precision*), dan mencapai kesimpulan-kesimpulan logis (*logical conclusions*) tanpa menghiraukan keadaan senyatanya dari dunia empirik. Jadi sifat alami dari matematika ialah logis dan bahkan penulisan dalam bidang pengetahuan matematika perlu pula dengan gaya yang logis.

Ditinjau dari struktur logisnya, aljabar juga merupakan sebuah struktur yang berada dalam ruang lingkup kaidah-kaidah logika (*logical systems*). Hal ini membutuhkan ketelitian dengan standar yang tinggi. Dalam aljabar, ada sebuah lompatan dari dunia bilangan dan objek-objek nyata yang biasa kita kenal menuju ke dunia abstrak yang berisi huruf-huruf dan simbol-simbol. Secara spesifik, dalam persamaan linear dengan dua variabel, hal ini juga berlaku. Untuk menyelesaikan persoalan yang berhubungan dengan persamaan linear dua variabel ada beberapa *step* atau langkah-langkah sistematis yang harus dilewati sebelum mendapat hasil. Dan hasil tersebut harus bisa kita buktikan kebenarannya, agar mendapatkan kesimpulan yang logis (*logical conclusions*).

5. Implikasi Etis dari Matematika

Perkembangan matematika yang amat luas dan kemajuannya yang luar biasa pesat dalam abad ini mau tidak mau mempunyai implikasi-implikasi tertentu bagi perilaku manusia terutama yang bersifat etis dalam masyarakat. Sebagai contoh misalnya perkembangan aritmetika perduaan (*binary arithmetic*) yang berpadu

dengan teknologi elektronik telah melahirkan macam-macam komputer untuk aneka ragam tugas dari menyimpan data-data perseorangan, melakukan pembukuan uang, mengatur persediaan barang, menyiapkan surat-menyurat sampai menjual karcis tontotan. Dengan ini keramahtamahan pribadi, kehangatan perjumpaan individu, dan kewarnawarnian hubungan antar-manusia menjadi berkurang. Dalam organisasi-organisasi yang besar sering kepribadian dan kedinamisan seseorang hanya menjadi sehelai kartu berlubang-lubang yang merupakan input atau output dari suatu komputer. Suatu contoh lain, kemajuan teknik-teknik statistika yang semakin rumit mendorong penelitian-penelitian ilmiah mengenai kehidupan masyarakat atau kepribadian individual penuh dengan perhitungan angka dan penerapan rumus sehingga kualitas tidak lagi tampak.

Implikasi-implikasi etis dapat menjadi pokok soal menarik dalam pemikiran filsafat tentang matematika. John Macmurray menyatakan bahwa filsuf perlu berusaha menjawab pertanyaan penghabisan dari filsafat ilmu, yaitu ‘*What does science, now that we have achieved it, really amount to?*’⁷⁶ (kini dengan telah kita capai ilmu, apakah sesungguhnya artinya ilmu?) Pertanyaan ini kiranya berlaku pula bagi matematika.

Aljabar merupakan senjata manusia untuk membahasakan secara matematis berbagai hubungan kuantitatif antar berbagai hal di alam raya ini, dan karena itulah aljabar merupakan basis bagi kecerdasan analisis suatu masyarakat. Kecerdasan

⁷⁶ John Macmurray , *The Boundaries of Science: A Study in the Philosophy of psychology*, (London: Faber-Faber, 1967), p.34

analisis adalah kecerdasan untuk mengerti sesuatu dengan mempelajari bagian-bagiannya dan mata rantai hubungan antar bagian tersebut.⁷⁷

Aljabar linear khususnya Sistem Persamaan Linear yang mempunyai peranan dalam berbagai bidang ilmu alam dan ilmu sosial serta teknologi khususnya teknologi informasi dan komunikasi yang saat ini sedang berkembang pesat.

6. Aspek Estetis dari Matematika

Beberapa kepustakaan matematika mengatakan bahwa matematika dipandang sebagai suatu seni. Karena merupakan suatu karya seni, matematika mengandung keindahan. Ahli matematika Morris Kline dalam hampirannya secara cultural terhadap matematika menyatakan bahwa “*Good mathematics must satisfy one of three criteria, immediate, usefulness, or beauty*”.⁷⁸ Matematika yang baik harus memenuhi salah satu dari tiga ukuran, yaitu kegunaan langsung dalam ilmu, kegunaan potensial, atau keindahan. Keindahan itu dapat tercapai karena adanya ide yang orisinal, kesederhanaan dalil, kecemerlangan jalan pikiran atau sesuatu ciri lainnya dalam matematika. Ciri seni dan sifat indah merupakan aspek estetis dari matematika yang juga ditelaah oleh filsafat matematika.

Ciri seni dan sifat indah merupakan aspek estetis dari matematika yang ditelaah filsafat matematika. Salah satu ciri keindahan itu adalah kecemerlangan jalan pikiran. Dalam aljabar, penyelesaian masalah dilakukan melalui beberapa langkah

⁷⁷ Eko Prasetyo. P, *op cit*, h. 190

⁷⁸ Morris Kline, *Mathematics: A Cultural Approach*, (Reading: Addison-Wesley, 1962), p. 55

yang telah ditetapkan. Kesistematian dan keteraturan dalam penyelesaian masalah menjadi ciri khas tersendiri. Dalil-dalil yang digunakan pun sangat sederhana dan mudah untuk dipahami.

7. Peranan Matematika dalam Sejarah Peradaban Manusia

Analisa, deskripsi, evaluasi, dan interpretasi mengenai peranan matematika dalam peradaban manusia sejak zaman kuno hingga abad modern ini merupakan suatu bagian dari filsafat matematika yang cukup mempesonakan untuk diperbincangkan. Sejarah aljabar berawal di Mesir kuno dan Babilonia, dimana orang belajar untuk memecahkan linear ($ax = b$) dan kuadrat ($ax^2 + bx = c$) persamaan, dan persamaan yang tak tentu seperti $x^2 + y^2 = z^2$. Orang-orang Babilonia menyelesaikan dengan cara mereka sendiri, yang pada dasarnya sama halnya dengan penyelesaian persamaan kuadrat dengan yang sekarang. Mereka juga bisa memecahkan beberapa persamaan tak tentu.

The Alexandria, matematikawan dari Alexandria dan Diophantus melanjutkan tradisi Mesir dan Babilonia, tetapi Diophantus dalam buku *Arithmetica* berada pada tingkat yang jauh lebih tinggi dan memberikan solusi mengejutkan banyak persamaan tak tentu sulit. Pengetahuan kuno yang merupakan solusi dari persamaan pada akhirnya menemukan tempat awal di dunia Islam. Ia dikenal sebagai “ilmu restorasi dan balancing.” Kata Arab untuk restorasi, *al-jabru*, adalah akar dari kata aljabar. Dalam abad ke-9, matematikawan Arab al-Khwarizmi menulis satu dari algebras Arab pertama, uraian sistematis dari teori dasar persamaan, dengan kedua contoh dan

bukti. Pada akhir abad ke-9, ahli matematika Mesir Abu Kamil telah menyatakan dan membuktikan hukum dasar dan identitas dari aljabar dan memecahkan masalah rumit seperti menemukan x , y , dan z sehingga $x + y + z = 10$, $x^2 + y^2 = z^2$, dan $xz = y^2$.

Peradaban kuno menuliskan ekspresi aljabar menggunakan singkatan hanya sesekali, tetapi oleh ahli matematika abad pertengahan Islam mampu berbicara tentang kekuasaan tinggi dari x tidak diketahui, dan bekerja di luar aljabar dasar polinomial (sebelum menggunakan simbolisme modern). Ini termasuk kemampuan untuk mengalikan, membagi, dan menemukan akar kuadrat dari polinomial serta pengetahuan dari teorema binomial. Matematikawan Persia, astronom, dan penyair Omar Khayyam menunjukkan bagaimana mengekspresikan akar persamaan kubik dengan segmen garis diperoleh berpotongan bagian berbentuk kerucut, tetapi ia tidak dapat menemukan formula untuk akar. Sebuah terjemahan Latin dari *Aljabar Al-Khwarizmi* muncul di abad ke-12. Pada abad awal ke-13, matematikawan besar Italia, Leonardo Fibonacci mencapai pendekatan yang dekat dengan solusi dari persamaan kubik $x^3 + 2x^2 + cx = d$. Karena Fibonacci telah melakukan perjalanan di wilayah Islam, ia mungkin menggunakan metode Arab dari aproksimasi.

Pada awal abad ke-16, matematikawan Italia Scipione del Ferro, Niccolò Tartaglia, dan Gerolamo Cardano memecahkan persamaan kubik umum melalui konstanta yang muncul dalam persamaan. Murid Cardano itu, Ludovico Ferrari, segera menemukan solusi yang tepat untuk persamaan berderajat empat (*quartic equation*), dan sebagai hasilnya, matematikawan untuk beberapa abad berikutnya berusaha mencari formula untuk akar persamaan derajat lima atau lebih tinggi. Pada

awal abad ke-19, matematikawan Norwegia Niels Abel dan matematikawan Perancis Evariste Galois membuktikan bahwa rumus seperti itu tidak ada.

Sebuah perkembangan penting dalam aljabar pada abad 16 adalah pengenalan simbol untuk diketahui dan untuk kekuatan aljabar dan operasi. Sebagai hasil dari perkembangan ini, buku III dari *La géométrie* (1637), yang ditulis oleh filsuf Perancis dan matematikawan Rene Descartes, terlihat seperti sebuah teks aljabar modern. Kontribusi Descartes yang paling signifikan untuk matematikawan adalah penemuan analisis geometri, mengurangi solusi dari masalah geometri untuk solusi yang aljabar. Dalam teks geometri tersebut juga mengandung esensi khusus pada teori persamaan, termasuk penggunaan tanda untuk menghitung jumlah apa yang disebut akar “benar” (positif) dan “palsu” (negatif) dari suatu persamaan. Hal ini terus berlanjut sampai abad ke-18 pada teori persamaan.

Pada tahun 1799, matematikawan Jerman Carl Friedrich Gauss, menunjukkan bahwa setiap persamaan polinomial memiliki setidaknya satu akar dalam bidang kompleks. Pada saat Gauss, aljabar telah memasuki fase modern. Perhatian bergeser dari memecahkan persamaan polinomial untuk mempelajari struktur dari sistem matematika abstrak yang aksiomanya didasarkan pada perilaku objek matematika, seperti bilangan kompleks. Dua contoh dari sistem tersebut adalah kelompok aljabar (*group*) dan *quaternions*. Grup dimulai sebagai sistem permutasi dan kombinasi dari akar polinomial, tetapi mereka menjadi salah satu konsep pemersatu matematika abad ke-19. Kontribusi penting untuk studi masalah ini dibuat oleh matematikawan Perancis Galois dan Augustin Cauchy, matematikawan Inggris Arthur Cayley, dan

matematikawan Norwegia Niels Abel dan Sophus Lie. *Quaternions* ditemukan oleh matematikawan dan astronom Inggris William Rowan Hamilton, yang memperpanjang aritmatika kompleks nomor ke *quaternions* sementara bilangan kompleks adalah dari bentuk $a + bi$, *quaternions* adalah dari bentuk $a + bi + cj + dk$.

Segera setelah penemuan Hamilton, matematikawan Jerman Hermann Grassmann mulai menyelidiki vektor. Meskipun dalam karakter abstrak, fisikawan Amerika J.W. Gibbs mengakui bahwa aljabar vektor sistem utilitas bermanfaat besar bagi fisikawan. Pengaruh luas dari pendekatan abstrak dipimpin George Boole untuk menulis *Mind Laws* (1854), pengobatan aljabar dasar logika. Sejak saat itu, aljabar modern disebut juga aljabar abstrak terus berkembang. Hasil baru yang penting telah ditemukan, dan subjek telah menemukan aplikasi di semua cabang matematika dan dalam banyak ilmu juga.

BAB IV

IMPLIKASI FILSAFAT MATEMATIKA DALAM DUNIA PENDIDIKAN

Masyarakat memiliki persepsi (*mitos*) negatif terhadap matematika. Sebagaimana yang dikemukakan Frans Susilo, bahwa kebanyakan sikap negatif terhadap matematika timbul karena kesalahpahaman atau pandangan yang keliru mengenai matematika. Untuk memahami matematika secara benar dan sewajarnya, pertama-tama perlu diklarifikasi terlebih dahulu beberapa mitos negatif terhadap matematika. Beberapa diantara mitos tersebut, antara lain:⁷⁹

Pertama, anggapan bahwa untuk mempelajari matematika diperlukan bakat istimewa yang tidak dimiliki setiap orang. Kebanyakan orang berpandangan bahwa untuk dapat mempelajari matematika diperlukan kecerdasan yang tinggi, akibatnya bagi mereka yang merasa kecerdasannya rendah, mereka tidak termotivasi untuk belajar matematika.

Kedua, bahwa matematika adalah ilmu berhitung. Kemampuan berhitung dengan bilangan-bilangan memang tidak dapat dihindari ketika belajar matematika. Namun, pada hakikatnya berhitung hanya merupakan sebagian kecil dari keseluruhan isi matematika. Selain mengerjakan perhitungan-perhitungan, orang juga berusaha memahami mengapa penghitungan itu dikerjakan dengan menggunakan suatu cara tertentu.

⁷⁹ Abdul halim Fathani, *Matematika Hakikat dan Logika*, (Jogjakarta: Ar-Ruz Media, 2009), h. 75

Ketiga, bahwa matematika hanya menggunakan otak. Aktivitas matematika memang memerlukan logika dan kecerdasan otak. Namun, logika dan kecerdasan saja tidak mencukupi. Untuk dapat berkembang, matematika sangat membutuhkan kreativitas dan intuisi manusia seperti halnya seni dan sastra. Kreativitas dalam matematika menyangkut akal budi, imajinasi, estetika, dan intuisi mengenai hal-hal yang benar.

Keempat, bahwa yang paling penting dalam matematika adalah jawaban yang benar. Jawaban yang benar memang penting dan harus diusahakan. Namun, yang lebih penting sebenarnya adalah bagaimana prosesnya untuk memperoleh jawaban yang benar.

Kelima, bahwa kebenaran matematika adalah kebenaran mutlak. Kebenaran dalam matematika sebenarnya bersifat nisbi. Kebenaran matematika tergantung pada kesepakatan awal yang disetujui bersama yang disebut ‘postulat’ atau ‘aksioma’. Bahkan ada anggapan bahwa tidak ada kebenaran (*truth*) dalam matematika, yang ada hanyalah keabsahan (*validity*), yaitu penalaran yang sesuai dengan aturan logika yang digunakan manusia pada umumnya.

Paradigma matematika di tanah air saat ini sedang mengalami perubahan paradigma. Terdapat kesadaran yang kuat, terutama di kalangan pengambil kebijakan, untuk memperbaharui pendidikan matematika. Tujuannya adalah agar pembelajaran matematika lebih bermakna bagi siswa dan dapat memberikan bekal kompetensi yang memadai baik untuk studi lanjut maupun untuk memasuki dunia kerja. Beberapa hal yang menjadi ciri praktik pendidikan di Indonesia selama ini adalah pembelajaran

berpusat pada guru. Guru menyampaikan pelajaran dengan menggunakan metode ceramah atau ekspositori, sementara para siswa mencatatnya pada buku catatan. Dalam proses pembelajaran yang demikian, guru dianggap berhasil apabila dapat mengelola kelas sedemikian rupa sehingga siswa-siswa tertib dan tenang mengikuti pelajaran yang disampaikan guru. Pengajaran dianggap sebagai proses penyampaian fakta-fakta kepada para siswa. Siswa dianggap berhasil dalam belajar apabila mampu mengingat banyak fakta, dan mampu menyampaikan kembali fakta-fakta tersebut kepada orang lain, atau menggunakannya untuk menjawab soal-soal dalam ujian. Guru sendiri merasa belum mengajar kalau tidak menjelaskan materi pelajaran kepada para siswa. Guru yang baik adalah guru yang menguasai bahan, dan selama proses belajar mengajar mampu menyampaikan materi tanpa melihat buku pelajaran. Guru yang baik adalah guru yang selama 2 kali 45 menit dapat menguasai kelas dan berceramah dengan suara yang lantang. Materi pelajaran yang disampaikan sesuai dengan GBPP (Garis-garis Besar Program Pengajaran) atau apa yang telah tertulis di dalam buku paket.

Praktik pendidikan yang selama ini berlangsung di sekolah ternyata sangat jauh dari hakikat pendidikan yang sesungguhnya, yaitu pendidikan yang menjadikan siswa sebagai manusia yang memiliki kemampuan belajar untuk mengembangkan potensi dirinya dan mengembangkan pengetahuan lebih lanjut untuk kepentingan dirinya sendiri. Menurut Zamroni praktik pendidikan yang demikian mengisolir diri dari lingkungan sekitar dan dunia kerja, serta tidak mampu menjadikan siswa sebagai manusia yang utuh dan berkepribadian.

Paradigma baru pendidikan lebih menekankan pada peserta didik sebagai manusia yang memiliki potensi untuk belajar dan berkembang. Siswa harus aktif dalam pencarian dan pengembangan pengetahuan. Kebenaran ilmu tidak terbatas pada apa yang disampaikan oleh guru. Guru harus mengubah perannya, tidak lagi sebagai pemegang otoritas tertinggi keilmuan dan indoktriner, tetapi menjadi fasilitator yang membimbing siswa ke arah pembentukan pengetahuan oleh diri mereka sendiri. Melalui paradigma baru tersebut diharapkan di kelas siswa aktif dalam belajar, aktif berdiskusi, berani menyampaikan gagasan dan menerima gagasan dari orang lain, dan memiliki kepercayaan diri yang tinggi.

Salah satu ciri paling penting dari *Prinsip-Prinsip dan Standar Matematika Sekolah* adalah adanya enam prinsip dasar untuk mencapai pendidikan matematika yang berkualitas tinggi, yakni: kesetaraan, kurikulum, pengajaran, pembelajaran, penilaian dan teknologi.⁸⁰

Hans Freudental berpendapat bahwa matematika merupakan aktivitas insani (*mathematics as human activity*). Menurutnya siswa tidak dapat dipandang sebagai penerima pasif matematika yang sudah jadi (*passive receivers of ready-made mathematics*). Siswa harus diberi kesempatan untuk menemukan kembali matematika di bawah bimbingan orang dewasa. Proses penemuan kembali tersebut harus dikembangkan melalui penjelajahan berbagai persoalan dunia riil.⁸¹

⁸⁰ John. A. V. Walle, *Pengembangan Pengajaran Matematika Sekolah Dasar dan Menengah*. (Jakarta: Erlangga, 2006), h. 2

⁸¹ Sutarto Hadi, *Pendidikan Matematika Realistik*, (Banjarmasin: Tulip, 2005), h. 19

Proses belajar matematika harus ditekankan pada konsep yang dikenal siswa. Setiap siswa mempunyai seperangkat pengetahuan yang telah dimilikinya sebagai akibat dari interaksi dengan lingkungan atau proses belajar sebelumnya. Setelah siswa terlibat dalam proses belajar yang bermakna, ia mengembangkan lebih lanjut pengetahuan tersebut ke tingkat yang lebih tinggi. Dalam proses tersebut, siswa secara aktif memperoleh pengetahuan baru. Pembentukan pengetahuan adalah proses perubahan bergerak secara perlahan dari tingkat pertama ke tingkat kedua, kemudian ke tingkat ketiga. Dalam proses tersebut siswa bertanggung jawab terhadap aktivitas belajar yang dilaksanakannya.

Kerangka berpikir tentang ide-ide matematik melalui tiga tahap, yaitu tahap eksplorasi, tahap identifikasi, dan tahap aplikasi yang memicu suatu tahap eksplorasi baru sehingga dapat digunakan untuk menghasilkan konsep matematika. Tahap-tahap tersebut merupakan suatu proses siklik tanpa tujuan yang ditetapkan sebelumnya. Tidak ada keinginan untuk sampai pada tujuan tertentu. Kemajuan belajar sangat bergantung pada kemampuan siswa dalam memperoleh pengetahuan baru.

Dewasa ini, teori belajar konstruktivisme telah berkembang menjadi pembelajaran kontekstual (*Contextual Teaching and Learning*). Namun, baik, pendekatan konstruktivis maupun CTL hanya mewakili teori belajar secara umum, teori Pendidikan Matematika Realistik (PMR) adalah suatu teori pembelajaran yang khusus dikembangkan untuk pembelajaran matematika. Di dalam PMR, pembelajaran harus dimulai dari sesuatu yang riil sehingga siswa dapat terlibat dalam proses pembelajaran secara bermakna. Dalam proses tersebut peran guru hanya sebagai

pembimbing atau fasilitator bagi siswa dalam proses rekonstruksi ide dan konsep matematika.

Untuk mencapai pendidikan matematika yang berkualitas tinggi, para guru harus memahami secara mendalam matematika yang mereka ajarkan, memahami bagaimana siswa belajar matematika (secara individual), dan memilih tugas-tugas serta strategi yang akan meningkatkan mutu proses pengajaran.⁸²

Sejalan dengan maksud filsafat matematika, pada hakikatnya filsafat matematika berupaya untuk memudahkan guru sebagai fasilitator untuk menghantarkan siswa agar dapat memahami konsep-konsep yang ditawarkan dengan baik. Seorang guru yang memahami filsafat matematika dengan baik akan dengan mudah menyampaikan pengetahuan-pengetahuan yang ada secara efektif, kemudian siswa sebagai subjek pembelajaran akan mengembangkan pengetahuan tersebut sesuai dengan skemata pemikiran dengan baik. Mereka akan memahami maksud dari konsep-konsep pembelajaran tersebut. Hal ini dapat memotivasi siswa untuk mempelajari matematika lebih giat lagi. Guru matematika mungkin perlu melakukan introspeksi terhadap cara mengajarnya. Karena, kadang-kadang kebencian siswa terhadap matematika tidak pada matematika itu sendiri, tetapi pada cara mengajar di kelas. Agar guru bisa mengajar matematika dengan baik dan menyenangkan, guru hendaknya memahami filsafat matematika dengan baik. Dengan filsafat matematika, kemampuan interpretasi dari konsep-konsep matematika akan dikuasai dengan akurat.

⁸² John. A.V. Walle, *Op. cit*, h. 3

Filsafat matematika Liang Gie yang mengupas matematika menjadi tujuh kajian objek yang menarik, bisa menjadi sumber inspirasi bagi guru dalam menambah koleksi seni mengajar. Dengan memahami epistemologi matematika, guru diharapkan mampu menjelaskan asal mula pengetahuan matematika. Melalui ontologi matematika guru dapat menempatkan matematika sebagai sebuah bagian dari kehidupan sehari-hari, realitas dan bukan bagian terpisah dari ruang lingkup kehidupan manusia. Dengan adanya metodologi matematika, guru diharapkan mampu menyajikan berbagai metode khusus untuk menyelesaikan permasalahan secara efektif dan efisien. Selanjutnya, struktur logis matematika memberikan pijakan yang kuat bagi guru untuk membuktikan aksioma-aksioma yang ada sesuai dengan definisi dan teorema yang telah terbukti kebenarannya secara apriori.

Fenomena matematika yang kurang disukai peserta didik, salah satu faktornya adalah mereka tidak mengetahui apa saja manfaat yang bisa didapat setelah mempelajari matematika (konsep-konsep yang diajarkan). Hal ini bisa diselesaikan dengan kajian filsafat matematika yaitu implikasi etis matematika.

Matematika itu pada dasarnya adalah sebuah seni. Dia memiliki kecantikan sendiri. Matematika itu cantik pada *the clarity of its logical structure*. Menurut Soehakso, Guru besar UGM Yogyakarta, kecantikan matematika terletak pada ketajaman struktur logikanya.⁸³ Hampir semua dalil, proposisi, teorema di dalam matematika dinyatakan dengan simbolisme logika. Dengan mengetahui aspek estetis dari matematika ini, guru dapat membagikan sesuatu yang menarik bagi peserta didik.

⁸³ *Ibid.* h.4

Berkaca dari sejarah masa lalu membuat kita mudah untuk melangkah di masa depan. Matematika adalah cermin peradaban manusia. Bisa dikatakan sejarah matematika adalah sejarah peradaban manusia. Karena, pada dasarnya aspek kehidupan manusia tidak luput dari matematika. Melalui sejarah matematika, membuat kita membuka mata bahwasanya matematika adalah ilmu yang progressif secara terus menerus melalui penelitian dan intuisi untuk membentuk peradaban manusia. Dunia pendidikan hendaknya memberikan tempat untuk sejarah matematika dalam kurikulum pembelajaran matematika, karena sejarah matematika sangat besar peranannya dalam pembelajaran matematika. Melalui sejarah matematika mampu membuat pembelajaran menjadi menyenangkan dan sangat efektif untuk meningkatkan motivasi peserta didik untuk belajar matematika. Hal ini menjadi sebuah poin penting bagi guru untuk memahami peranan matematika dalam sejarah peradaban manusia yang juga merupakan salah satu aspek dari kajian objek filsafat matematika The Liang Gie.

Contoh implementasi filsafat matematika dalam proses pembelajaran matematika konsep Aljabar Sistem Persamaan Linear (SMP)

Adapun contoh konstruksi pemikiran filsafat matematika yang diimplementasikan dalam pembelajaran matematika, misalkan dalam proses pembelajaran guru menyajikan sebuah permasalahan sehari-hari yang berkenaan dengan aljabar materi sistem persamaan linear dua variabel pada SMP kelas VIII.

“Misalkan ada sebuah kasus sebagai berikut, suatu ketika anda pergi ke warung soto bersama seorang teman. Anda memesan dua porsi soto dan segelas es teh manis. Usai makan, sang pelayan memberikan bon tagihan kepada anda. Harga untuk dua buah porsi soto dan segelas es teh manis ternyata 11.000 rupiah. Keesokan harinya, anda dan teman anda kembali ke warung soto tersebut. Anda kali ini memesan dua porsi soto plus dua gelas teh manis. Karena ketagihan, anda memesan seporsi lagi soto. Saat pelayan memberikan bon tagihan, harga tiap porsi soto dari dua gelas teh manis ternyata 17.000 rupiah. Karena harga seporsi soto tentu beda dengan harga segelas es teh manis, menurut tebakan anda, berapa harga seporsi soto? Berapa harga segelas teh manis?”

Untuk menyelesaikan persoalan di atas, langsung beranjak ke operasi hitung adalah langkah yang salah. Bisa dikatakan buruk, karena untuk mengerjakan soal tersebut, langkah pertama yang harus kita ambil yaitu memahami duduk perkara dari soal di atas. Tak usah tergesa-gesa menyelesaikan soal. Dalam sebuah metode pembelajaran aljabar, salah satu metode yang bisa digunakan adalah metode *SOLVE*. Apakah *SOLVE* itu?

SOLVE adalah singkatan dari:⁸⁴

- 1) *S* dari Study the problem
- 2) *O* dari Organize the fact
- 3) *L* dari Line up a plan
- 4) *V* dari Verify your plan with action

⁸⁴ Eko Prasetyo. P. *Op. Cit.*, h. 77

5) *E* dari Examine the results

Langkah awal dari metode ini adalah *Study the problem* (Pelajari masalahnya). Apa yang sesungguhnya dipersoalkan dalam soal di atas? Apakah harga segelas teh manis saja? Ataupun harga seporsi soto saja? Ataupun kedua-duanya ditanyakan? Jika kita teliti lagi, maka ternyata yang ditanyakan kepada kita adalah berapa harga segelas es teh manis dan harga seporsi soto. Harga masing-masing item itulah yang ditanyakan.

Langkah yang kedua adalah *Organize the fact* (Susun fakta-faktanya). Apa fakta-fakta yang tersedia bagi kita untuk memecahkan kasus di atas? Kita diberitahu bahwa pada hari pertama, harga dua porsi soto dan satu gelas teh manis sama dengan 11.000 rupiah. Sedangkan pada hari kedua, harga tiga porsi soto dan dua gelas teh manis sama dengan 17.000 rupiah. Mari kita susun fakta-fakta itu ke dalam bahasa matematika. Untuk itu kita harus merubah nama-nama bendanya menjadi simbol-simbol. Andaikan seporsi soto kita lambangkan dengan s , sementara segelas teh manis kita lambangkan dengan t , maka rumusan fakta-faktanya ialah:

$$\text{Hari 1 : } \quad 2s + 1t = 11.000$$

Karena $1t$ bisa disederhanakan lagi menjadi t saja, maka kita pilih yang lebih sederhana menjadi:

$$\text{Hari 1 : } \quad 2s + t = 11.000$$

$$\text{Hari 2 : } \quad 3s + 2t = 17.000$$

Langkah ketiga adalah *Line up a plan* (Susun sebuah rencana penyelesaian). Apa yang harus kita lakukan? Kita harus menemukan berapa nilai s dan berapa nilai t

dengan memanfaatkan data yang telah kita miliki. Bagaimana cara menentukan nilai s dan t dari data yang kita miliki di atas? Karena sepanjang simbol s dan t masih tetap ada dalam satu persamaan, kita tidak akan bisa menentukan masing-masing nilai s dan t , maka tugas pertama kita ialah menyapakan dulu sejenak salah satu dari nilai itu agar nilai dari yang lain bisa diketahui. Bisakah kita melakukan hal tersebut? Bagaimana caranya? Adakah cara untuk menyapakan salah satu dari s atau t tersebut? Jika kita langsung kurangkan keduanya, bukankah hasilnya tetap ada keduanya, s dan t ? jadi bagaimana?

Mari kita cerna lagi masalahnya. Hasil pengurangan itu memang masih punya dua simbol, yaitu s dan t , namun ingat bahwa sekarang kita jadi tahu berapa harga seporsi soto dan segelas teh manis. Ini penting sekali? Mengapa? Karena dari salah satu dari dua persamaan awal, bahwa 2 porsi soto dan 1 gelas teh manis sama dengan 11.000 rupiah. Lihat, jumlah teh manisnya sama, yaitu sama-sama satu gelas. Bukankah itu berarti bahwa selisih diantara harga-harga dari kedua persamaan itu merupakan harga yang harus dibayar untuk membayar kelebihan seporsi soto?

Jadi, rencana penyelesaian soal kita ialah tentukan lebih dahulu harga yang harus dibayar untuk kelebihan satu porsi soto. Setelah itu, masukkan harga kelebihan satu porsi itu ke dalam salah satu dari persamaan dan tentukan harga satu gelas teh manisnya.

Langkah keempat yaitu *verify your plan with action* (uji rencana dengan melakukan operasi hitung). Fakta-faktanya:

$$\text{Hari 1 : } \quad 2s + t = 11.000$$

$$\text{Hari 2 : } \quad 3s + 2t = 17.000$$

Rencana 1: tentukan harga untuk kelebihan satu porsi soto. Bagaimana caranya untuk mendapatkan kelebihan satu porsi soto? Tentu saja dengan cara memanfaatkan fakta-fakta di atas. Jika 3 porsi kita kurangkan dengan 2 porsi, bukankah kita dapatkan 1 porsi soto? Jadi kita kurangkan saja kedua persamaan di atas:

$$3s + 2t = 17.000$$

$$2s + t = 11.000$$

$$\hline s + t = 6.000$$

Kita dapatkan bahwa harga kelebihan soto dan teh manis ternyata 6.000. namun, kita masih belum mendapatkan harga kelebihan satu porsi soto karena hasil pengurangan yang kita dapatkan masih berupa total harga untuk satu porsi dan satu gelas teh manis. Belum seporsi harga soto saja. Jadi?

Kita harus tetap pada rencana semula, tentukan harga yang harus dibayar seporsi soto, dengan cara melenyapkan variabel t . Adapun caranya adalah dengan memanfaatkan kedua persamaan awal, ternyata ada. Yaitu persamaan yang sama-sama memiliki 1 gelas teh manis. Jadi:

$$2s + t = 11.000$$

$$s + t = 6.000$$

$$\hline s = 5.000$$

Akhirnya kita menemukan harga seporsi soto yaitu sebesar 5.000 rupiah. Sekarang rencana selanjutnya menentukan harga segelas teh manis. Karena kita telah mengetahui harga seporsi soto, maka sekarang lebih mudah. Kita tinggal memasukkan harga itu ke dalam persamaan kita. Kita pilih saja persamaan hari pertama.

$$2s + t = 11.000$$

$$2(5.000) + t = 11.000$$

$$10.000 + t = 11.000$$

$$t = 11.000 - 10.000$$

$$t = 1.000$$

Jadi, harga segelas teh manis adalah 1.000 rupiah.

Langkah terakhir dari metode ini yaitu *examine the results* (meneliti hasil perhitungan). Kita masukkan saja angka-angka itu ke dalam kedua persamaan tersebut, dan lihat apakah hasilnya cocok.

$$\text{Hari 1 : } \quad 2s + t = 11.000$$

$$\quad 2(5.000) + 1.000 = 11.000$$

$$\quad 10.000 + 1.000 = 11.000$$

$$\quad 11.000 = 11.000$$

$$\text{Hari 2 : } \quad 3s + 2t = 17.000$$

$$\quad 3(5.000) + 2(1.000) = 17.000$$

$$\quad 15.000 + 2.000 = 17.000$$

$$\quad 17.000 = 17.000$$

Ternyata terbukti benar. Betapa kompleks dan panjangnya logika bernalar yang harus terlibat untuk menyelesaikan kasus harga seporsi soto dan segelas teh manis. Inilah merupakan salah satu ciri khas filosofis dari penyelesaian aljabar. Kita tidak hanya dituntut untuk mendapatkan sebuah hasil namun juga dibutuhkan proses berpikir yang logis yang sesuai dengan kaidah-kaidah metodis.

Metode *SOLVE* di atas mampu menambah koleksi variasi mengajar guru dalam menanamkan konsep matematika tentang Sistem Persamaan Linear Dua Variabel, selain metode yang sudah umum digunakan yaitu eliminasi, substitusi dan grafik.

Contoh implementasi filsafat matematika dalam proses pembelajaran matematika konsep Aljabar Sistem Persamaan Linear (SMA)

Adapun contoh lain, misalkan bagaimana guru mengenalkan cara menyelesaikan persoalan Sistem Persamaan Linear yang berhubungan dengan konsep Matriks di tingkat SMA sebagai berikut.

“Terdapat tiga jenis jagung. Untuk tiga karung jenis pertama, ditambah dua karung jenis kedua, dan sekarung jenis ketiga harganya 39. Dua karung jenis pertama, tiga karung jenis kedua, dan sekarung jenis ketiga harganya 34. Sekarung jenis pertama, dua karung jenis kedua, dan tiga karung jenis ketiga harganya 26. Berapakah harga jagung keseluruhan bila diambil masing-masing jenis sekarung saja?”

Guru kemudian menyusun koefisien-koefisien dalam sistem persamaan yang digambarkan dalam soal di atas, ke dalam sebuah tabel (tabel 1).

1	2	3
2	3	2
3	1	1
26	24	39

Tabel 1

0	0	3
4	5	2
8	1	1
39	24	39

Tabel 2

0	0	3
0	5	2
36	1	1
99	24	39

Tabel 3

Guru kemudian meminta siswa mengalikan kolom tengah dengan 3, lalu dikurangi kolom kanan “sebanyak mungkin”. Setelah mengali tiga kolom kiri lalu dikurangi kolom kanan “sebanyak mungkin” juga. “sebanyak mungkin” yang dimaksud guru adalah mengurangi dengan tujuan hasil nol diperoleh. Pengerjaan tersebut memberi hasil pada tabel 2.

Selanjutnya, kolom kiri dikali 5, lalu dikurangi kolom tengah “sebanyak mungkin”. Ini memberikan hasil seperti pada tabel 3. Dari hasil terakhir ini, kita dapat menemukan harga untuk tiap karung jenis ketiga. Selanjutnya, dengan

melakukan substitusi, akan kita peroleh harga untuk tiap karung jenis kedua dan jenis pertama.

Metode ini disebut metode *Feng Cheng*, yang sekarang lebih dikenal dengan sebutan Eliminasi Gauss. Metode ini sebenarnya merupakan sebuah langkah awal bagi guru untuk mengenalkan konsep matriks. Hal ini membuktikan adanya korelasi yang koheren antar konsep matematika. Sehingga siswa memandang matematika sebagai satu kesatuan yang utuh, bukan kepingan-kepingan yang terpisah.

BAB V

PENUTUP

A. Simpulan

Filsafat matematika adalah sebuah kajian filofis yang menjadi objek sasarannya adalah matematika. Filsafat matematika adalah bagian dari filsafat ilmu. Sedangkan filsafat ilmu sendiri adalah suatu bagian dari filsafat yang memiliki cakupan persoalan tentang metodologi, landasan-landasan ilmu dan ontologi. Filsafat matematika sebagaimana halnya filsafat ilmu memiliki objek sebagai sebuah rincian problem-problem atau permasalahan dari sebuah kajian filsafat agar lebih sistematis. The Liang Gie dalam bukunya Filsafat Matematika membagi objek ini atas tujuh bagian yaitu epistemologi matematika, ontologi matematika, metodologi matematika, struktur logis dari matematika, implikasi etis dari matematika, aspek estetis dari matematika dan yang terakhir yaitu peranan matematika dalam sejarah peradaban manusia.

Implikasi dari filsafat matematika dalam dunia pendidikan khususnya pembelajaran matematika bisa kita lihat dari proses belajar-mengajar. Dalam enam prinsip dan standar dari matematika sekolah bisa kita lihat dari dua hal meliputi prinsip pengajaran dan pembelajaran. Namun, tidak menutup kemungkinan mempunyai implikasi dalam prinsip yang lainnya. Filsafat matematika bisa dijadikan sebagai sebuah solusi yang efektif dan efisien yang mampu menjawab persoalan

pendidikan matematika dewasa ini. Kurangnya minat siswa akan matematika, berdampak pada banyaknya siswa yang kita temui kurang memahami konsep-konsep matematika meskipun telah diajarkan sehingga tidak bisa menerapkan matematika dengan baik. Guru yang memahami filsafat matematika, akan memiliki ciri khas tersendiri dalam mengajar sehingga mampu menyajikan matematika sebagai sesuatu yang menarik dan mudah dipahami siswa. Mengajar matematika yang efektif memerlukan pemahaman tentang kemampuan siswa. Apa yang siswa pelajari pada dasarnya tergantung dari pengalaman guru mengajar dikelas setiap hari. Sehingga diperlukan guru yang memiliki kualitas yang tinggi, agar siswa mampu memahami matematika dengan baik.

B. Saran

Dari hasil penelitian yang dilakukan peneliti dapat mengemukakan saran-saran sebagai berikut:

1. Guru matematika hendaknya mempelajari filsafat matematika dengan baik agar siswa dapat termotivasi untuk lebih giat belajar matematika, sehingga dengan begitu diharapkan mampu meningkatkan hasil belajar matematika siswa.
2. IAIN Antasari Banjarmasin khususnya fakultas Tarbiyah jurusan matematika menambahkan cabang mata kuliah terbaru yaitu filsafat matematika selain filsafat umum dan filsafat pendidikan, sehingga

diharapkan semua mahasiswanya memahami matematika secara komprehensif.

DAFTAR PUSTAKA

- A. R. Lacey, *A Dictionary of Philosophy*, New York, 1976
- Alwi, Hasan, dkk., *Kamus Besar Bahasa Indonesia*, Jakarta, Balai Pustaka, 2002
- Arie, *Kamus Online*,
<http://www.scribd.com/doc/50382820/Pengertian-Konstruksi-dan-Struktur>,
 diakses tanggal 20 April 2012
- Arikunto, Suharsimi, *Prosedur Penelitian Ilmiah, Suatu Pendekatan Praktik*, Jakarta, Rineka Cipta, 1998
- Bach, Daniel J., *Pre-Algebra: Math for A Variable Word*, (New York: houghter Mifflin company, 1995
- Bakhtiar, Amsal, *Filsafat Ilmu*, Jakarta, Raja Grafindo Persada, 2007
- Bakker, Anton, *Metodologi Penelitian Filsafat*. Yogyakarta, Kanisius, 1990
- Barker, Stephen F., *Philosophy of Mathematics*, Englewood Cliffs, Prentice-Hall, 1964
- Beerling, dkk., *Pengantar Filsafat Ilmu* (alih bahasa Soejono Soemargono), Yogyakarta, Tiara Wacana, 1988
- Benacerraf, Paul & Hillary Putnam, eds., *Philosophy of Mathematics: Selected Readings*, Introductions, 1964
- Berlinghoff, William P., *Mathematics : The Art of Reason*, New York, 1968
- Bertus, K., *Sejarah Filsafat Yunani*, Yogyakarta, Kanisius, 1999
- Beth W. Ever, *The Foundation of Mathematics : A Study in the Philosophy of Science*, 1965
- Black, Max, *The Nature of Mathematics*, New Jersey, Littlefield, 1959
- Boyer, Carl. B., *History of Mathematics*. New York: John Wiley and Sons, Inc., 1968

- Brumfiel, Charles. F. , *Fundamental concepts of Elementary Mathematics*, Reading Massachussets: Addison Wesley Publishing Company, Inc. 1993
- Brumfiel, Charles F., Robert E. Eicholz & Merrill E. Shanks, *Geometry*, Reading, Addison-Wesley, 1961
- Bunch, Bryan, “*Mathematics*” *The New Book of Knowledge*, New York, Grolier, 1973
- Cahyono, *Filsafat Matematika*,
<http://apa-rumahkita.blogspot.com/2009/03/refleksi-terhadap-filsafat-pendidikan.html>,
 diakses pada tanggal 12 April 2012
- Cayne, Bernard S., *The Encyclopedia Americana Vol 1*, USA, America Corp., 1977
- Departemen Pendidikan Nasional (Tim Penyusun Kamus Pusat Bahasa), *Kamus Besar Bahasa Indonesia*, Jakarta, Balai Pustaka, 2005
- Dharmawan, Eko Prasetyo, *Pengantar Aljabar: Cepat dan Mudah Mengenal Dunia Aljabar secara Filosofis*. Jakarta, Prestasi Pustakaraya, 2011
- Dimnet, Ernest, *The Art of Thinking*, Greenwich, Fawcett Publications, 1928
- Echols, John M, and Hassan Shadily, *Kamus Inggris- Indonesia*, Jakarta, PT Gramedia Pustaka Utama, 1996
- Edward, Paul, *The Encyclopedia of Philosophy*, vol.VI, New York, Macmillan Publishing Co., Inc. The Free Press, 1967
- El-Bridge, D. Vance, *Modern Algebra and Trigonometry*, Reading, Addison Wesley Publishing, Inc., 1962
- Ernest, P., *The Philosophy of Mathematic Education*, London, Falmer, 1991
- Eves, Howard and Carrol I V. Newsom, *An Introductions to the Foundations and Fundamental Concepts of Mathematiss*, New York: John Wiley and Sons, Inc., 1964
- Fathani, Abdul Halim, *Matematika, Hakikat dan Logika*, Jogjakarta, Ar-Ruzz Media, 2009

- Fierman, Peter, *Perceptualistic Theory of Knowledge*, New York, Philosophical Library, 1954
- Flew, Anthony, *A Dictionary of Philosophy*, New York, 1979
- Gie, The Liang, *Filsafat Matematika*, Yogyakarta, Supersukses, 1981
- Gie, The Liang, *Garis Besar Estetik (Filsafat Keindahan)*, Yogyakarta, Kanisius, 1976
- Gie, The Liang, *Pengantar Filsafat Ilmu*, Yogyakarta: Liberty, 2007
- Hadi, Sutarto, *Pendidikan Matematika Realistik*, Banjarmasin, Tulip, 2005
- Harriman, Philip Lawrence, *The New Dictionary of Psychology*, New York, Philosophical Library, 1952
- Kamus Besar Bahasa Indonesia Online*,
<http://www.artikata.com/arti-336092-konstruksi.html>,
 diakses tanggal 20 April 2012
- Kleene, Stephen Colee, *Introduction to Metamathematics*, Princeton, D. Van Nostrand, 1952
- Kline, Morris, *Mathematics: A Cultural Approach*, Reading: Addison-Wesley, 1962
- Macmurray, John, *The Boundaries of Science: A Study in the Philosophy of Psychology*, London: Faber-Faber, 1967
- Mandalis, *Metode Penelitian suatu Pendekatan Proposal*, Jakarta, Bumi Aksara, 1995
- Masbied, *Filsafat Pendidikan Matematika*,
<http://www.masbied.com/2010/03/20/filsafat-pendidikan-matematika.html>,
 diakses pada tanggal 2 April 2012
- Moelong, Lexy J., *Metode Penelitian Kualitatif*, Bandung, PT. Remaja Rosdakarya, (1999), h. 163
- Mostowski, Andersjz, “Tarski, alfred”, *The Encyclopedia of Philosophy*, New York, Macmillan & Free Press, 1967

- Mudyahardjo, Redja, *Filsafat Ilmu Pendidikan Suatu Pengantar*, Bandung, PT. Remaja Rosdakarya, 2002
- Muhadjir, Noeng, *Filsafat Ilmu: Telaah Sistematis Fungsional Komparatif*, Yogyakarta, Rake Sarasin, 1998
- Mursita, Danang, *Aljabar Linear*, Bandung: Rekayasa Sains, 2010
- Oxford University, *Ensiklopedy*,
<http://plato.stanford.edu/entries/philosophy-mathematics/>,
 diakses tanggal 10 Februari 2012
- Poerwadarminta, W.J.S., *Kamus Umum Bahasa Indonesia*, Jakarta, PN Balai Pustaka, 1982
- Poespoprodjo, W. , *Logika Scientifika (Pengantar Dialektika Ilmu)*, Bandung, Pustaka Grafika, 1999
- Rahman, Aulia, *Keapriorian Matematika dalam Perspektif Filsafat Ilmu*. Banjarmasin, Antasari Press, 2011
- Rapar, Jan Hendrik, *Pengantar Filsafat*, Yogyakarta, Kanisius, 1996
- Russel, Bertrand, *Introductions to Mthematical Philosophy*, London: George Allen and Unwin, 1956
- Salam, Burhan, *Logika Materil (Filsafat Ilmu Pengetahuan)*, Jakarta, Rineka Cipta, 1997
- Shaw, James Byrnie, *Lectures on The Philosophy of Mathmatics*, London, The Open Court Publishing Company, 1981
- Sterling, Mary Jane, *Algebra for Dummies*, New Jersey, Wiley Publishing, Inc., 2005
- Sudarminta, J., *Filsafat Proses: Sebuah Pengantar Sistematis Filsafat Alfred North Whitehead*, Yogyakarta, Kanisius, 1991
- Sudarto, *Metodologi Penelitian Filsafat*, Jakarta, Raja Grafindo Persada, 1996
- Sumardyono, *Karakteristik Matematika dan Implikasinya terhadap Pembelajaran Matematika*, Yogyakarta, Depdiknas, 2004

- Suparno, Paul, *Filsafat Konstruktivisme dalam Pendidikan*, Yogyakarta, Kanisius, 1997
- Suppes, Patrick, *Introduction to Logic*, Luchins & Luchins, 1957
- Suriasumantri, Jujun S., *Filsafat Ilmu: Suatu Pengantar Populer*, Jakarta, Pustaka Sinar Harapan, 1993
- Susanto, Ahmad, *Filsafat Ilmu: Suatu Kajian dalam Dimensi Ontologis, Epistemologis, dan Aksiologis*, Jakarta: Bumi Aksara, 2011
- Suseno, Franz Magnis, *Filsafat Sebagai Ilmu Kritis*, Jakarta, Pustaka Filsafat (Kanisius), 1991
- Syukur, Ahmad, *Aljabar*,
<http://blogmatematika4u.blogspot.com/2011/12/sejarah-ilmu-aljabar.html>,
 diakses tanggal 30 Mei 2012
- Tabloid Kampus UGM, *Biografi The Liang Gie*
<http://www.tabloidkampus.com/detail.php?id=209&edisi=6>,
 diakses tanggal 16 Juni 2012
- The Math Forum, *Dr. Math Explains Algebra*, New Jersey, John Wiley & Sons, Inc., 2004
- Tim Driyakarya, *Dari Sudut-Sudut Filsafat: Sebuah Bungarampai*, Majalah Mahasiswa Driyakarya, Yogyakarta, Kanisius, 1977
- Tim Filsafat UGM, *Filsafat Ilmu*,
<http://jurnal.filsafat.ugm.ac.id/index.php/jf/article/viewFile/54/52.html>
 diakses pada tanggal 15 April 2012
- Thiroux, Jacques P., *Philosophy Theory and Practice*, New York, Macmillan Publishing Co., 1985
- Undang-Undang Nomor 2 *Tentang Sistem Pendidikan Nasional*, Jakarta, PT Armaus Duta Jaya, 1989
- Undang-Undang RI Nomor 20 *Tentang Sistem Pendidikan Nasional Beserta Penjelasannya*, Bandung, Citra Umbara, 2003
- Vaughn, Lewis, Theodore Schick Jr., *Doing Philosophy: An Introduction Through Thought Experiments*, New York, McGraw-Hill Higher Education, 2002

Walle, John. A. V., *Pengembangan Pengajaran Matematika Sekolah Dasar dan Menengah*, Jakarta: Erlangga, 2006

Whitehead, Alfred North, *Function of Reason*, Boston, Beacon Press, 1971

Wikipedia Team, *Dasar Pendidikan*,
[http://id.wikipedia.org/wiki/Dasar Pendidikan](http://id.wikipedia.org/wiki/Dasar_Pendidikan),
diakses tanggal 21 April 2012

Wikipedia Team, *Filsafat Matematika*,
[http://id.wikipedia.org/wiki/Filsafat matematika](http://id.wikipedia.org/wiki/Filsafat_matematika),
diakses tanggal 20 April 2012

Zar, Sirajjudin, *Filsafat Islam: Filosof dan Filsafatnya*, Jakarta, Raja Grafindo, 2007

DAFTAR TERJEMAH

No.		Terjemah
1	QS. 2: 242	“Demikian Allah menerangkan kepadamu ayat-ayat-Nya (hukum-hukum-Nya) supaya kamu memahaminya.”
2	QS. 1: 6	“Tunjukilah kami jalan yang lurus.”
3	HR. Bukhari & Muslim	“Barang siapa berijtihad dan ternyata benar, maka baginya diberikan dua pahala; dan barang siapa berijtihad dan ternyata salah, baginya diberikan satu pahala”.

Artinya: “Barang siapa berijtihad dan ternyata benar, maka baginya diberikan dua pahala; dan barang siapa berijtihad dan ternyata salah, baginya diberikan satu pahala”.

Beberapa implikasi pembelajaran matematika melalui konstruksi pemikiran filsafat matematika:

- a. Aljabar, Sistem Persamaan Linier dua variabel, kehidupan nyata
- a. Aritmatika, persen yg apiq, sejarah
- b. Geometri, pembuktian dalil phytagoras

*Philosophy of science questions and evaluates the methods of scientific thinking and tries to determine the value and significance of the scientific enterprise as a whole.*⁸⁵

Sedangkan James dalam bukunya *Philosophy of Mathematics* membagi kajian filsafat matematika menjadi lima bagian, meliputi:

1. *The content of mathematics and its evolution*
2. *The central principles of mathematics*
3. *The source of the reality of mathematics*
4. *The methods of mathematics*

⁸⁵ Susanto, A., *Filsafat Ilmu: Suatu Kajian dalam Dimensi Ontologis, Epistemologis, dan Aksiologis*, (Jakarta: Bumi Aksara, 2011), ,h. 48

5. *The regions of validity of mathematics*

Isi dari matematika dan perkembangannya, konsep utama dari matematika, sumber kenyataan dari matematika, metodologi matematika, dan ruang lingkup validitas dari matematika. Jika kita komparasikan dengan objek filsafat matematika dari Liang Gie, terlihat beberapa persamaan dan perbedaan. Pada kajian epistemologi, juga mengandung masalah pemikiran reflektif yang didalamnya dibahas tentang asal mula, sifat alami, landasan validitas dan lainnya. Dalam kajian ontologi dibahas tentang masalah cakupan dari matematika itu merupakan dunia nyata atau bukan. Adapun metodologi matematika, meliputi berbagai penelahan berbagai metode yang digunakan dalam matematika.

Namun, ada beberapa perbedaan antara keduanya diantaranya, implikasi dan aspek estetis tidak terdapat dalam objek kajian filsafat milik James. Selain itu, menurut Liang Gie pemikiran filsafati tentang matematika tidak hanya dalam kajian filsafat matematika tapi juga terdapat dalam bahasan landasan matematika, adi-matematika, dan filsafat kematematikaan.

Adapun konstruksi pemikiran yang dimaksud Liang Gie, dalam bukunya menitikberatkan pada masalah studi sistematis matematika yang mana seperti halnya cabang filsafat ilmu lain, filsafat matematika memiliki objek utama yang meliputi epistemologi, ontologi, dan metodologi.

Jika kita telaah lebih mendalam, untuk melihat adanya relevansi dengan matematika itu sendiri, sebagai contoh kita ambil kasus dalam ranah aljabar yaitu

tentang sistem persamaan linear dua variabel. Kemudian kasus ini akan kita analisis satu persatu sesuai dengan tujuh rincian dari objek matematika Liang Gie.

A. Aliran Filsafat Matematika dalam Pembelajaran Matematika

Beberapa aliran dalam filsafat matematika jika kita hubungkan dengan kondisi realnya. Pertama aliran *formalisme*. Guru memulai mengajarkan topik persamaan kuadrat sebagai pokok bahasan baru bagi siswa dengan menulis rumus persamaan kuadrat, anak-anak...”, demikian kata guru emulai pengajarannya. Setelah memberi penjelasan seperlunya, guru memberi sekian soal untuk mendrill keterampilan siswa dalam topic persamaan kuadrat tersebut tanpa member kesempatan kepada siswa untuk memahami sendiri mengapa dan bagaimana persamaan kuadarat ada dan perlu dipelajari. Biasanya, siswa yang mendapat pengajaran model guru formalis akan terampil mengolah symbol-simbol tanpa memahami maknanya, bahkan bisa lebih buruk lagi; tidak mengerti apa pun tentang apa yang dipelajari.

Guru menganggap matematika hanya merupakan kumpulan angka-angka dan rumus-rumus belaka, sadar atau tidak ia telah menjadi pendukung kaum formalisme (yang ekstrem). Guru tipe ini sering kali hanya mengajarkan matematika bukannya membelajarkan matematika.

Yang kedua adalah aliran *logisisme*.

Perhatikan barisan pernyataan matematis:

$$6 : 12 = 0,5$$

$$6 : 6 = 1$$

$$6 : 2 = 3$$

$$6 : 0,1 = 60$$

$$6 : 0,001 = 6000$$

Demikian seterusnya.

Kesimpulan:

Jika dibagi dengan bilangan yang makin kecil hasilnya semakin besar. Maka seharusnya (logisnya), $6 : 0 = \sim$, (lambang \sim berarti tak berhingga (*infinite*)). Guru yang berpikir logis seperti ini sukar menerima kenyataan bahwa di dalam matematika, misal: bilangan real berapa pun jika dibagi dengan nol tidak mempunyai hasil/jawaban atau sering disebut pembagian dengan nol *tidak terdefinisi*. Lebih gawat lagi, bila miskonsepsi tersebut ditularkan kepada siswa. Sebagai perbandingan, sebuah buku panduan matematika sekolah di Amerika Serikat (AS) pernah memuat kesalahan serupa dengan menulis $1 : 0 = \sim$

Guru seperti di atas yang hanya mengandalkan logika atau akal sehat belaka, tergolong guru logikalis. Biasanya guru tipe ini sulit memahami atau menerima kebenaran-kebenaran matematika yang kelihatannya sulit diterima oleh akal sehat atau mungkin bertentangan dengan akal sehat, seperti orang yang tidak dapat memahami mengapa pensil yang dicelupkan ke dalam gelas berisi air tampak terbelah dua. Bila guru tersebut tidak memahami struktur matematika, bisa jadi ia akan terjerumus ke dalam miskonsepsi-miskonsepsi (kesalahan konsep) yang diajarkan kepada siswa.

Yang terakhir yaitu *intuisionisme*. Ketika seorang guru mengajarkan pokok bahasan urutan, ada siswa yang menulis lambang “lebih kecil” dengan “ \subset ” (seharusnya ditulis “ $<$ ”). Setelah melihat bahwa siswa sebenarnya telah memahami tentang sifat urutan, ia tidak mempermasalahkan kesalahan simbol tersebut. Ini tidak dapat dibenarkan dalam proses pembelajaran. Penggunaan simbol-simbol matematika secara tepat juga merupakan tujuan pembelajaran matematika dalam rangka mengkomunikasikan masalah secara lebih efisien dan tepat dengan bahasa matematika. Juga bila kesalahan penulisan simbol dibiarkan akan mengganggu siswa untuk mempelajari matematika lebih lanjut (apalagi bila simbol yang sama akan dijumpai berbeda makna, seperti contoh di atas: lambang “ \subset ” seharusnya berlaku untuk himpunan).

Implikasi langsung dari ketiga aliran ini memang kelihatannya tidak ada, tetapi ia akan mempengaruhi pola pikir seseorang (guru) dalam memandang matematika sehingga memengaruhi cara guru membelajarkan matematika. Mengetahui yang mana yang merupakan aliran filsafat matematika yang paling benar bukanlah otoritas guru, tetapi perlu diketahui sejauh ini pun tidak ada aliran yang diterima secara bulat. Apa yang dapat kita lakukan adalah menjaga keseimbangan dalam rangka pembelajaran matematika secara optimal dan bermakna. Kita harus menghindari pola-pola pikir yang terlalu ekstrem. Dengan adanya paradigma konstruktivisme dalam pembelajaran dewasa ini, tidak berarti bahwa siswa tidak

difasilitasi guru sama sekali, juga tidak berarti lambang-lambang formal tidak dibutuhkan, juga tidak berarti logika dikesampingkan.