

BAB IV

DESKRIPSI DAN ANALISIS DATA PENELITIAN

A. Gambaran Umum Lokasi Penelitian

1. Sejarah Singkat Berdirinya MAN 1 Banjarmasin dan Letak Geografis

Sebelum berdirinya MAN 1 Banjarmasin Kampung Melayu, sekitar tahun 1953 berdiri sebuah sekolah di bawah Yayasan al-Hidayah. Kemudian pada tahun 1956 gedung tersebut ditempati PGA yang bernama Sekolah Persiapan Institut Agama Islam Negeri (SPIAIN) yang nantinya lulusannya dipersiapkan untuk masuk IAIN. Dari SPIAIN dinegerikan menjadi MAN 1 Banjarmasin pada tahun 1978 dan merupakan MAN tertua di Banjarmasin.

Adapun program pendidikan di MAN 1 Banjarmasin mengacu pada kurikulum pendidikan nasional yaitu kurikulum 2013 untuk kelas X dan kurikulum KTSP untuk kelas XI dan XII. Visi MAN 1 Banjarmasin adalah mewujudkan sumber daya manusia yang islami, berkualitas, dan berdaya saing tinggi serta mampu mengaktualisasikannya dalam kehidupan bermasyarakat, sedangkan misi dari MAN 1 Banjarmasin adalah sebagai berikut:

- a. Menyiapkan pemimpin masa depan yang menguasai sains dan teknologi, berdaya saing tinggi, kreatif dan inovatif, serta mempunyai landasan iman dan taqwa yang kuat.

- b. Meningkatkan profesionalitas tenaga pendidik dan tenaga kependidikan sesuai dengan perkembangan dunia pendidikan.
- c. Menjadikan Madrasah Aliyah Negeri 1 Banjarmasin sebagai model pengembangan pendidikan dan pengajaran iptek dan imtaq bagi lembaga pendidikan lainnya.

Tujuan didirikannya Madrasah Aliyah Negeri 1 Banjarmasin adalah:

- a. Membentuk manusia yang beriman dan bertaqwa.
- b. Membentuk manusia yang sehat jasmani dan rohani, serta berdisiplin tinggi.
- c. Membentuk manusia yang cerdas, berpengetahuan dan menguasai sains dan teknologi.
- d. Membentuk manusia yang berkepribadian dan mandiri.
- e. Membentuk manusia yang mempunyai motivasi dan komitmen yang tinggi untuk mencapai prestasi dan keunggulan.
- f. Membentuk manusia yang mampu mengaktualisasikan diri dalam kehidupan bermasyarakat.
- g. Membentuk manusia yang bertanggung jawab atas pengembangan umat, bangsa dan negara.

Sejak berdirinya MAN 1 Banjarmasin pada tahun 1978, telah mengalami beberapa pergantian pimpinan/kepala madrasah, yaitu:

- a. H. Taufiqurrahman, BA (1978-1988)
- b. Drs. H. Baderi (1988-1992)
- c. Drs. H. Mulkani (1992-1999)
- d. Drs. H. Abdul Fattah (1999-2003)
- e. Drs. H. Sabri Ismail (2003-2004)
- f. Drs. H. Bakhruddin Noor (2004-2010)
- g. Drs. H. Abdurrahman, M. Pd. (2010-sekarang)

Lingkungan MAN 1 Banjarmasin terletak di jalan Kampung Melayu Darat Rt.11 No.33 Kelurahan Sungai Bilu Kecamatan Banjarmasin Timur. Ditinjau dari lokasinya, madrasah ini berada di lingkungan yang khas, keadaan penduduk yang heterogen, baik tingkat ekonomi, suku, dan agama, serta kepadatan yang cukup tinggi. Madrasah Aliyah Negeri 1 Banjarmasin mempunyai luas lokasi keseluruhan sebesar 1435,68 m², sebagian besar tanah terbagi atas : bangunan 117,5 m², lapangan sepak bola 150 m², dan lain-lain 188 m². Sedangkan MAN 1 Banjarmasin memiliki tata letak sebagai berikut :

- a. Sebelah Utara : Jalan Raya
- b. Sebelah Selatan : Rumah Penduduk
- c. Sebelah Barat : Sekolah Dasar Negeri
- d. Sebelah Timur : Gang IAIN

2. Keadaan Guru dan Karyawan Lain di MAN 1 Banjarmasin Tahun Pelajaran 2014/2015

Tahun Pelajaran 2014/2015 di MAN 1 Banjarmasin terdapat seorang kepala madrasah dengan 4 orang wakil kepala madrasah (wakamad) pada empat bidang yaitu wakamad kurikulum, wakamad kesiswaan, wakamad sarana dan prasarana dan wakamad humas, 46 orang tenaga pengajar, seorang kepala urusan tata usaha, 6 orang staf tata usaha, seorang penjaga perpustakaan, seorang penjaga sekolah, seorang pengurus laboratorium, 2 orang *security*, 2 orang *cleaning service*, dan seorang tukang kebun, dapat dilihat pada lampiran 18.

Guru yang mengajar matematika di MAN 1 Banjarmasin dapat dilihat pada tabel di bawah ini:

Tabel 4. 1. Daftar Guru Matematika di MAN 1 Banjarmasin

No.	Nama	Kelas
1	Drs. H. Abdurrahman, M. Pd.	XII IPA 1 dan XII IPA 2
2	Maisyarah, M. Pd.	XI IPA 1, XI IPA 2, XI IPA 3, XI IPS 1, XI IPS 2 dan XI IPS 3
3	Dra. Hj Siti Masliani	XI Agama, XII IPA 3, XII IPS 1, XII IPS 2, XII IPS 3 dan XII Agama
4	Yusfita Kumala Dewi, S. Pd.	X IPA 1, X IPA 2, X IPA 3 dan X IPS 1
5	Maslinawati, S. Pd.	X IPS 2, X IPS 3, X Agama 1 dan X Agama 2

Guru matematika khusus kelas XI IPA dan XI IPS adalah Ibu Maisyarah, M. Pd. dengan pendidikan terakhir S2 Manajemen Pendidikan tahun 2011 di Universitas Lambung Mangkurat (UNLAM) dan bertugas di MAN 1 Banjarmasin sejak tahun 2008 sampai sekarang.

3. Keadaan Siswa MAN 1 Banjarmasin Tahun Pelajaran 2014/2015

Secara keseluruhan keadaan siswa MAN 1 Banjarmasin tahun pelajaran 2014/2015 berjumlah 786 orang yang terdiri dari 274 laki-laki dan 512 perempuan. Untuk lebih jelas dapat di lihat dari tabel berikut:

Tabel 4. 2. Keadaan Siswa MAN 1 Banjarmasin Tahun Ajaran 2014/2015

No.	Kelas	Jenis Kelamin		Jumlah
		Laki-Laki	Perempuan	
1	X IPA 1	8	28	36
2	X IPA 2	10	25	35
3	X IPA 3	10	26	36
4	X IPS 1	14	22	36
5	X IPS 2	13	21	34
6	X IPS 3	15	20	35
7	X Agama 1	12	21	33
8	X Agama 2	14	20	34
9	XI IPA 1	11	24	35
10.	XI IPA 2	11	28	39
11	XI IPA 3	12	25	37
12	XI IPS 1	13	25	38
13	XI IPS 2	14	24	38
14	XI IPS 3	17	21	38
15	XI Agama	14	23	37
16	XII IPA 1	10	27	37
17	XII IPA 2	10	27	37

Lanjutan Tabel 4. 2

No.	Kelas	Jenis Kelamin		Jumlah
		Laki-Laki	Perempuan	
18	XII IPA 3	13	23	36
19	XII IPS 1	12	21	33
20	XII IPS 2	12	20	32
21	XII IPS 3	10	21	31
22	XII Agama	19	20	39
Jumlah		274	512	786

Sumber: Bagian Tata Usaha MAN 1 Banjarmasin

Sedangkan siswa yang menjadi subjek penelitian ini adalah 6 orang siswa kelas XI IPA 2 MAN 1 Banjarmasin tahun pelajaran 2014/2015.

4. Keadaan Sarana dan Prasarana MAN 1 Banjarmasin Tahun Pelajaran 2014/2015

Madrasah Aliyah Negeri 1 Banjarmasin di bangun di atas tanah yang luasnya dengan konstruksi bangunan permanen. Sarana dan prasarana pendidikan yang ada di MAN 1 sudah memadai untuk menunjang terlaksananya proses belajar mengajar, meskipun dari hasil wawancara dengan guru yang mengajar matematika di sana menyatakan bahwa untuk sarana dan prasarana pembelajaran matematika masih kurang misalnya tidak ada alat bantu pembelajaran berupa benda tiga dimensi seperti balok, kubus.

Beberapa sarana yang terdapat di MAN 1 Banjarmasin pada tahun pelajaran 2014/2015 dapat dilihat pada tabel berikut:

Tabel 4. 3. Keadaan Sarana dan PrasaranaMAN 1 Banjarmasin Tahun Pelajaran 2014/2015

No.	Fasilitas	Keterangan
1	Ruang Kepala Madrasah	1 buah
2	Ruang dewan guru	1 buah
3	Ruang tata usaha	1 buah
4	Ruang Wakil Kepala Madrasah	1 buah
5	Ruang kelas	22 buah
6	Mushalla	1 buah
7	Ruang perpustakaan	1 buah
8	Laboratorium bahasa	1 buah
9	Laboratorium kimia/fisika/biologi	1 buah
10	Laboratorium Komputer	1 buah
11	Ruang Multi Media	1 buah
12	Ruang keterampilan	1 buah
13	Ruang BP/BK	1 buah
14	Koperasi guru/siswa	1 buah
15	Pos satpam	2 buah
16	Ruang OSIS	1 buah
17	Ruang PMR/UKS	1 buah
18	Ruang pramuka	1 buah
19	Kantin madrasah	5 buah
20	Parkir kendaraan guru	1 buah
21	Parkir kendaraan siswa	1 buah
22	Gudang	1 buah
23	WC	12 buah

5. Jadwal Belajar di MAN 1 Banjarmasin Tahun Pelajaran 2014/2015

Waktu penyelenggaraan kegiatan belajar mengajar dilaksanakan setiap hari Senin sampai Sabtu. Hari Senin sampai Kamis kegiatan belajar mengajar dilaksanakan mulai pukul 07.30 WITA sampai pukul 16.00 WITA. Hari Jumat kegiatan belajar mengajar dilaksanakan mulai pukul 07.30 WITA sampai dengan pukul 11.05 WITA. Hari Sabtu kegiatan belajar mengajar dilaksanakan mulai pukul 07.30 WITA sampai dengan pukul 13.30 WITA. Lima belas menit jam pelajaran pertama dimanfaatkan untuk tadarus Al-Qur'an. Untuk setiap mata pelajaran alokasi waktu yang diberikan selama 45 menit untuk satu kali pertemuan.

6. Pelaksanaan Pembelajaran Matematika Di Kelas XI IPA 2 MAN 1 Banjarmasin Tahun Pelajaran 2014/2015

Pembelajaran matematika di MAN 1 Banjarmasin tahun pelajaran 2014/2015 menggunakan Kurikulum 2013 untuk kelas X dan KTSP untuk kelas XI dan XII. Materi pembelajaran matematika untuk kelas XI program IPA pada semester I terdiri atas 3 materi pokok yaitu Statistika dan Peluang, Trigonometri dan Aljabar.

Dalam melaksanakan pembelajaran Ibu Maisyarah, M.Pd. yang mengajar matematika kelas XI program IPA menggunakan beberapa buku terbitan di antaranya Intan Pariwara, Platinum, Widyatama, Yrama Widya dan PT. Widya Duta Grafika, sedangkan untuk siswanya diarahkan untuk memiliki buku matematika dengan terbitan yang sama atau yang sesuai dengan kurikulum.

Jumlah tatap muka pelajaran matematika guru dalam seminggu adalah 2 kali pertemuan (4 jam pelajaran). Metode yang digunakan dalam penyampaian mata pelajaran matematika yaitu ceramah, tanya jawab, *drill*, latihan dan penugasan.

Jadwal pelajaran matematika untuk kelas XI IPA 2 yaitu hari Senin jam pelajaran ke 2-3 dan hari Selasa jam pelajaran ke 7-8. Pelaksanaan pembelajaran dalam penelitian ini dilaksanakan pada hari Selasa 23 September 2014 jam pelajaran ke 7-8. Pada pembelajaran dalam penelitian ini, peneliti sekaligus bertindak sebagai guru. Adapun materi pokok yang diajarkan dalam penelitian ini adalah rumus jumlah dan selisih dua sudut, untuk lebih jelasnya dapat dilihat pada lampiran 6.

7. Deskripsi Kegiatan Pembelajaran Matematika di Kelas XI IPA 2 MAN

1 Banjarmasin

a. Kegiatan awal

Sebelum memulai masuk ke materi, terlebih dahulu peneliti mengkondisikan kelas untuk proses belajar mengajar, mengecek kehadiran siswa, menyampaikan tujuan pembelajaran yang akan dicapai, memberikan motivasi serta menyampaikan prasyarat mempelajari rumus jumlah dan selisih dua sudut.

b. Kegiatan inti

Pada bagian ini peneliti menjelaskan mengenai materi rumus jumlah dan selisih dua sudut dengan menggunakan metode ceramah. Setelah selesai

menyajikan materi, peneliti mengadakan tanya jawab dengan siswa untuk mengetahui pemahaman siswa terhadap materi yang telah disampaikan dan peneliti memberikan kesempatan yang sama kepada setiap siswa untuk bertanya.

c. Kegiatan akhir

Setelah kegiatan inti selesai, peneliti bersama siswa menyimpulkan materi yang telah dipelajari. Kemudian guna mengetahui perkembangan peningkatan pengetahuan mereka terhadap materi yang telah dipelajari diadakan latihan. Dalam latihan ini siswa tidak boleh saling membantu satu sama lainnya. Keberhasilan pelaksanaan pembelajaran sangat ditentukan oleh kesuksesan siswa dalam mengerjakan latihan tersebut.

8. Pelaksanaan Tes Tertulis dan Wawancara terhadap Subjek Penelitian

Pelaksanaan tes tertulis terhadap subjek penelitian dilaksanakan pada hari Selasa 30 September 2014 jam pelajaran ke 7-8 bertempat di ruang perpustakaan MAN 1 Banjarmasin. Soal yang ditekankan terdiri dari 4 butir soal dengan alokasi waktu menjawab 2×45 menit. Dalam tes tertulis ini siswa tidak boleh saling membantu satu sama lainnya.

Pelaksanaan wawancara terhadap subjek SB₂, SB₁ dan SS₂ dilaksanakan pada hari Rabu 01 Oktober 2014. Untuk subjek SB₂ dan SB₁ dilaksanakan pada jam pelajaran ke 4 mata pelajaran Fiqh. Karena guru yang bersangkutan tidak dapat mengajar pada saat itu maka peneliti memanfaatkannya untuk melakukan wawancara terhadap subjek SB₂ dan SB₁ bertempat di ruang kelas XI IPA 2.

Untuk wawancara terhadap subjek SS₂ dilaksanakan pada jam istirahat pertama bertempat di ruang perpustakaan.

Pelaksanaan wawancara terhadap subjek SS₁, SA₂ dan SA₁ dilaksanakan pada hari Kamis 02 Oktober 2014 jam pelajaran ke 4-5 mata pelajaran Bahasa Inggris. Karena guru yang bersangkutan sedang ada kegiatan di Kementerian Agama Kota Banjarmasin maka peneliti memanfaatkannya untuk melakukan wawancara terhadap subjek SS₁, SA₂ dan SA₁ bertempat di lab. Fisika.

B. Deskripsi dan Analisis Data

1. Deskripsi dan analisis data subjek SA₁ dari Kelompok Atas

a. Soal nomor 1

Pada bagian ini akan disajikan deskripsi data proses berpikir subjek SA₁ dalam menyelesaikan soal nomor 1. Jawaban tertulis SA₁ dalam menyelesaikan soal nomor 1 seperti gambar 4. 1 berikut:

The image shows a handwritten mathematical derivation for the identity $\sin(270^\circ - x) = -\cos x$. The steps are as follows:

$$\begin{aligned}
 1. \quad & \sin(270^\circ - x^\circ) &= & -\cos x^\circ \\
 & = \sin 270^\circ \cos x^\circ - \cos 270^\circ \sin x^\circ &= & -\cos x^\circ \\
 & = \sin(180^\circ + 90^\circ) \cos x^\circ - \cos(180^\circ + 90^\circ) \sin x^\circ &= & -\cos x^\circ \\
 & = -\sin 90^\circ \cos x^\circ - (-\cos 90^\circ) \sin x^\circ &= & -\cos x^\circ \\
 & \quad -1 \cos x^\circ + 0 \sin x^\circ &= & -\cos x^\circ \\
 & \quad \quad \quad -\cos x^\circ &= & -\cos x^\circ \Rightarrow \text{terbukti}
 \end{aligned}$$

Gambar 4. 1. Jawaban SA₁ dalam Menyelesaikan Soal Nomor 1

Berdasarkan jawaban tertulis di atas dapat dikemukakan bahwa SA₁ dapat memahami soal, ini dapat dilihat dari dia menuliskan konsep rumus trigonometri

jumlah dan selisih dua sudut. Subjek SA₁ mampu menyelesaikan soal dengan merencanakan penyelesaian dengan menggunakan konsep yang sudah pernah dia dapatkan sebelumnya yaitu tentang sudut berpelurus. Setelah itu, dia mampu menuliskan langkah-langkah yang ditempuh sehingga mendapatkan jawaban yang benar. Hal ini dapat dilihat juga dalam petikan wawancara antara peneliti (P) dengan subjek SA₁ sebagai berikut:

P : *Assalamu'alaikum warahmatullahi wabarakutuh*

SA₁ 1 : *Wa'alaikum salam warahmatullahi wabarakutuh*

P : Bagaimana kabarnya?

SA₁ 2 : *Alhamdulillah* baik-baik saja.

P : Tolong perkenalkan nama kamu!

SA₁ 3 : Nama saya AN dari kelas XI IPA 2 MAN 1 Banjarmasin.

P : Masih ingat dengan soal yang dikerjakan kemarin?

SA₁ 4 : Ingat.

P : Apa yang pertama kali kamu lakukan ketika dikasih soal tersebut?

SA₁ 5 : Membaca soal tersebut dan memahaminya.

P : Coba kamu baca soal nomor 1!

SA₁ 6 : Buktikan bahwa $\sin(270^\circ - x^\circ) = -\cos x^\circ$.

P : Apa yang ditanyakan dari soal tersebut?

SA₁ 7 : Membuktikan $\sin(270^\circ - x^\circ) = -\cos x^\circ$.

P : Apakah kamu paham dengan yang ditanyakan soal tersebut?

SA₁ 8 : Paham, maksudnya apabila $\sin(270^\circ - x^\circ) = -\cos x^\circ$ dioperasikan atau dijabarkan akan menghasilkan $-\cos x^\circ$.

P : Rumus apa yang kamu gunakan untuk memulai langkah pertama dalam mengerjakan soal tersebut?

SA₁ 9 : Menggunakan rumus sinus selisih dua sudut yaitu $\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta$. Yang sebagai $\alpha = 270^\circ$ dan $\beta = x^\circ$ maka saya masukkan nilai α dan β ke rumus sinus selisih dua sudut, sehingga diperoleh $\sin(270^\circ - x^\circ) = \sin 270^\circ \cos x^\circ - \cos 270^\circ \sin x^\circ$.

P : Bagaimana cara kamu menghitung nilai dari $\sin 270^\circ$ dan $\cos 270^\circ$?

SA₁ 10 : $\sin 270^\circ = \sin(180^\circ + 90^\circ)$ dan $\cos 270^\circ = \cos(180^\circ + 90^\circ)$.

P : Itu materi tentang apa? Dan kelas berapa? Serta semester berapa?

SA₁ 11 : Itu materi kelas X, semester 2 tentang sudut berpelurus.

P : Bagaimana kamu mendapatkan $-\sin 90^\circ$ dan $-\cos 90^\circ$?

SA₁ 12 : Karena $\sin(180^\circ + 90^\circ)$ itu sudut berpelurus, letaknya di kuadran III maka nilai di kuadran III adalah negatif, sehingga diperoleh $-\cos 90^\circ$ dan $\cos(180^\circ + 90^\circ)$ itu juga sudut berpelurus yang terletak di kuadran III maka nilai di kuadran III adalah negatif, sehingga diperoleh $-\cos 90^\circ$.

P : Apakah kamu juga bisa menghitung nilai $\tan 330^\circ$?

SA₁ 13 : Bisa, $\tan 330^\circ$ itu sama dengan $\tan(270^\circ + 60^\circ) = -\cot 60$, jadi $-\cot 60 = -\frac{1}{\sqrt{3}}$.

P : Apakah itu juga sudut berpelurus?

SA₁ 14 : Bukan, kalau itu kan sudut berkomplemen, komplemen dari , karena terletak di kuadran IV maka nilai \tan adalah negatif sehingga diperoleh .

P : Coba kamu lanjutkan penjelasan berikutnya!

SA₁ 15 : Kemudian saya cari nilai dari $-\sin 90^\circ$ dan $-\cos 90^\circ$. Nilai $-\sin 90^\circ = -1$ dan nilai $-\cos 90^\circ = 0$. Setelah itu saya tinggal menjumlahkannya $-\cos x^\circ + 0$ sehingga hasilnya $-\cos x^\circ$ dan terbukti.

P : Apakah kamu yakin?

SA₁ 16 : Yakin.

Berdasarkan tes tertulis dan petikan wawancara yang diungkapkan pada pernyataan SA₁ 7 sampai SA₁ 9 menunjukkan bahwa subjek SA₁ dapat memahami soal, karena di sini subjek dapat mengungkapkan yang ditanyakan dari soal dengan benar serta mengetahui konsep rumus trigonometri sinus selisih dua sudut. Pernyataan SA₁ 10 sampai SA₁ 12, menunjukkan bahwa subjek SA₁ mampu membuat perencanaan penyelesaian dengan terlebih dahulu mencari nilai $\sin 270^\circ$ dan $\cos 270^\circ$ dengan mengaitkan konsep sudut berpelurus serta mampu menjelaskan konsep sudut berpelurus yang dia pakai dalam perencanaan tersebut. Untuk mengetahui dia benar-benar paham mengenai konsep yang telah dikaitkannya dalam merencanakan penyelesaian, peneliti memberikan 1 buah

soal lagi. Pernyataan SA₁ 13 dan SA₁ 14 menunjukkan bahwa subjek SA₁ mampu menyelesaikan soal yang diberikan peneliti serta menjelaskannya. Pernyataan SA₁ 15 menunjukkan bahwa subjek SA₁ mampu mencari nilai sudut istimewa dari $\sin 90^\circ$ dan $-\cos 90^\circ$. Setelah mengetahui dari nilai sudut istimewa tersebut dengan cara operasi penjumlahan sehingga diperoleh jawaban yang benar.

Berdasarkan hasil tertulis dan kutipan wawancara di atas dapat disimpulkan bahwa subjek SA₁ mempunyai proses berpikir konseptual. Karena subjek SA₁ dalam menyelesaikan soal memenuhi indikator proses berpikir konseptual yaitu siswa mampu mengungkapkan yang ditanyakan dari soal (K1. 11), siswa mampu menjelaskan tentang konsep-konsep trigonometri yang terdapat pada soal (K1. 12), mampu mengaitkan konsep yang pernah diterima sebelumnya (K1. 21), siswa mampu menjelaskan langkah-langkah yang ditempuh untuk menyelesaikan soal (K1. 22) dan siswa mampu menyelesaikan soal dengan menggunakan konsep-konsep yang telah dipelajari (K1. 31).

b. Soal nomor 2

Pada bagian ini akan disajikan deskripsi proses berpikir subjek SA₁ dalam menyelesaikan soal nomor 2. Jawaban tertulis subjek SA₁ dalam menyelesaikan soal nomor 2 seperti pada gambar 4. 2 berikut:

2. $\sin(150^\circ - \beta^\circ) + \sin(210^\circ + \beta^\circ) = 0$
 $= (\sin 150^\circ \cos \beta^\circ - \cos 150^\circ \sin \beta^\circ) + \sin 210^\circ \cos \beta^\circ + \cos 210^\circ \sin \beta^\circ$
 $= \sin(180^\circ - 30^\circ) \cos \beta^\circ - \cos(180^\circ - 30^\circ) \sin \beta^\circ + \sin(180^\circ + 30^\circ) \cos \beta^\circ + \cos(180^\circ + 30^\circ) \sin \beta^\circ$
 $= \sin 30^\circ \cos \beta^\circ - (-\cos 30^\circ) \sin \beta^\circ + (-\sin 30^\circ) \cos \beta^\circ + (-\cos 30^\circ) \sin \beta^\circ = 0$
 $\frac{1}{2} \cos \beta^\circ + \frac{\sqrt{3}}{2} \sin \beta^\circ - \frac{1}{2} \cos \beta^\circ - \frac{\sqrt{3}}{2} \sin \beta^\circ = 0$
 $0 = 0$
terbukti

Gambar 4.1. Jawaban SA₁ dalam Menyelesaikan Soal Nomor 2

Berdasarkan jawaban tertulis di atas dapat dikemukakan bahwa SA₁ dapat memahami soal, ini dapat dilihat dari dia menuliskan konsep rumus trigonometri jumlah dan selisih dua sudut. Subjek SA₁ mampu menyelesaikan soal dengan merencanakan penyelesaian dengan menggunakan konsep yang sudah pernah dia dapatkan sebelumnya yaitu tentang sudut berpelurus. Setelah itu, dia mampu menuliskan langkah-langkah yang ditempuh sehingga mendapatkan jawaban yang benar. Hal ini dapat dilihat juga dalam petikan wawancara antara peneliti dengan subjek SA₁ sebagai berikut:

P : Coba kamu baca soal nomor 2!

SA₁ 17 : Buktikan bahwa $\sin(150^\circ - \beta^\circ) + \sin(210^\circ + \beta^\circ) = 0$

P : Apa yang ditanyakan dari soal tersebut?

SA₁ 18 : Membuktikan bahwa $\sin(150^\circ - \beta^\circ) + \sin(210^\circ + \beta^\circ) = 0$.

P : Apakah kamu paham dengan yang ditanyakan dari soal tersebut?

SA₁ 19 : Paham. Maksudnya apabila $\sin(150^\circ - \beta^\circ) + \sin(210^\circ + \beta^\circ) = 0$ dioperasikan atau dijabarkan akan menghasilkan 0.

P : Rumus apa yang kamu gunakan untuk memulai langkah pertama dalam mengerjakan soal tersebut?

SA₁ 20 : Untuk yang $\sin(150^\circ - \beta^\circ)$ itu saya menggunakan rumus sinus selisih dua sudut yaitu $\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta$. Yang menjadi $\alpha = 150^\circ$ dan $\beta = \beta^\circ$ selanjutnya saya masukkan nilai dan ke rumus sinus selisih dua sudut sehingga diperoleh $\sin 150^\circ \cos \beta^\circ - \cos 150^\circ \sin \beta^\circ$. Kemudian untuk yang $\sin(210^\circ + \beta^\circ)$ saya menggunakan rumus sinus jumlah dua sudut yaitu $\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$. Yang menjadi $\alpha = 210^\circ$ dan $\beta = \beta^\circ$. selanjutnya saya masukkan nilai dan ke rumus sinus selisih dua sudut sehingga diperoleh $\sin 210^\circ \cos \beta^\circ + \cos 210^\circ \sin \beta^\circ$.

P : Bagaimana cara kamu menghitung nilai dari $\sin 150^\circ$, $\cos 150^\circ$, $\sin 210^\circ$ dan $\cos 210^\circ$?

SA₁ 21 : $\sin 150^\circ = \sin(180^\circ - 30^\circ)$ dan $\cos 150^\circ = \cos(180^\circ - 30^\circ)$,
 $\sin 210^\circ = \sin(180^\circ + 30^\circ)$ dan $\cos 210^\circ = \cos(180^\circ + 30^\circ)$.

P : Bagaimana kamu mendapatkan yang $\sin 30^\circ \cos \beta^\circ$, $-\cos 30^\circ \sin \beta^\circ$,
 $-\sin 30^\circ \cos \beta^\circ$ dan $-\cos 30^\circ \sin \beta^\circ$?

SA₁ 22 : Karena $\sin (180^\circ - 30^\circ)$ itu sudut berpelurus dan letaknya di kuadran II maka nilai \sin di kuadran II adalah positif, sehingga diperoleh $\sin 30^\circ$ dan $\cos(180^\circ - 30^\circ)$ itu juga sudut berpelurus yang terletak di kuadran II maka nilai \cos di kuadran II adalah negatif, sehingga diperoleh $-\cos 30^\circ$. Kemudian yang $\sin (180^\circ + 30^\circ)$ itu juga sama sudut berpelurus tapi letaknya di kuadran III maka nilai \sin di kuadran III adalah negatif, sehingga diperoleh $-\sin 30^\circ$ dan yang $\cos(180^\circ + 30^\circ)$ itu juga sudut berpelurus yang terletak di kuadran III maka nilai \cos di kuadran III adalah negatif, sehingga diperoleh $-\cos 30^\circ$.

P : Coba kamu lanjutkan penjelasan yang berikutnya!

SA₁ 23 : Kemudian saya cari nilai dari $\sin 30^\circ$, $-\cos 30^\circ$, $-\sin 30^\circ$ dan $-\cos 30^\circ$. Nilai dari $\sin 30^\circ$ itu sama dengan $\frac{1}{2}$ dan nilai dari $-\cos 30^\circ$ itu sama dengan $-\frac{1}{2}$ kemudian nilai $-\sin 30^\circ = -\frac{1}{2}$ dan $-\cos 30^\circ = -\frac{1}{2}$. Setelah itu saya tinggal menjumlahkannya $\frac{1}{2} \cos \beta^\circ + \frac{1}{2} \sqrt{3} \sin \beta^\circ - \frac{1}{2} \cos \beta^\circ - \frac{1}{2} \sqrt{3} \sin \beta^\circ$ sehingga hasilnya 0 dan terbukti.

P : Apakah kamu yakin?

SA₁ 24 : Yakin.

Berdasarkan tes tertulis dan petikan wawancara yang diungkapkan pada pernyataan SA₁ 18 sampai SA₁ 20 menunjukkan bahwa subjek SA₁ dapat

memahami soal, karena di sini subjek dapat mengungkapkan yang ditanyakan dari soal serta mengetahui konsep rumus trigonometri sinus selisih dan jumlah dua sudut. Pernyataan SA₁ 21 dan SA₁ 22, menunjukkan bahwa subjek SA₁ mampu membuat perencanaan penyelesaian dengan terlebih dahulu mencari nilai $\sin 150^\circ$ dan $\cos 150^\circ$ serta $\sin 210^\circ$ dan $\cos 210^\circ$ dengan mengaitkan konsep sudut berpelurus serta mampu menjelaskan konsep sudut berpelurus yang dia pakai dalam perencanaan tersebut. Pernyataan SA₁ 23 menunjukkan bahwa subjek SA₁ mampu mencari nilai sudut istimewa dari $\sin 30^\circ$ dan $-\cos 30^\circ$ serta $-\sin 30^\circ$ dan $-\cos 30^\circ$. Setelah mengetahui dari nilai sudut istimewa tersebut dengan cara operasi penjumlahan dan pengurangan sehingga diperoleh jawaban yang benar.

Berdasarkan hasil tertulis dan kutipan wawancara di atas dapat disimpulkan bahwa subjek SA₁ mempunyai proses berpikir konseptual. Karena subjek SA₁ dalam menyelesaikan soal memenuhi indikator proses berpikir konseptual yaitu siswa mampu mengungkapkan apa yang ditanyakan dari soal (K1. 11), siswa mampu menjelaskan tentang konsep-konsep trigonometri yang terdapat pada soal (K1. 12), siswa mampu mengaitkan konsep yang pernah diterima sebelumnya (K1. 21), siswa mampu menjelaskan langkah-langkah yang ditempuh untuk menyelesaikan soal (K1. 22) dan siswa mampu menyelesaikan soal dengan menggunakan konsep-konsep yang telah dipelajari (K1. 31).

c. Soal nomor 3

Pada bagian ini akan disajikan deskripsi data proses berpikir subjek SA₁ dalam menyelesaikan soal nomor 3. Jawaban tertulis subjek SA₁ dalam menyelesaikan soal nomor 3 seperti pada gambar 4. 3 berikut:

$$\begin{aligned}
 3. & (\cos \alpha - \cos \beta)^2 + (\sin \alpha - \sin \beta)^2 = 2 [1 - \cos (\alpha - \beta)] \\
 & (\cos \alpha - \cos \beta)(\cos \alpha - \cos \beta) + (\sin \alpha - \sin \beta)(\sin \alpha - \sin \beta) = 2 [1 - \cos (\alpha - \beta)] \\
 & (\cos^2 \alpha - \cos \alpha \cos \beta - \cos \alpha \cos \beta + \cos^2 \beta) + (\sin^2 \alpha - \sin \alpha \sin \beta - \sin \alpha \sin \beta + \sin^2 \beta) \\
 & = 2 [1 - \cos (\alpha - \beta)] \\
 & \cos^2 \alpha - 2 \cos \alpha \cos \beta + \cos^2 \beta + \sin^2 \alpha - 2 \sin \alpha \sin \beta + \sin^2 \beta = 2 [1 - \cos (\alpha - \beta)] \\
 & \cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha + \cos^2 \beta + \sin^2 \beta - 2 \cos \alpha \cos \beta - 2 \sin \alpha \sin \beta = 2 [1 - \cos (\alpha - \beta)] \\
 & 1 + 1 - 2 \cos \alpha \cos \beta - 2 \sin \alpha \sin \beta = 2 [1 - \cos (\alpha - \beta)] \\
 & 2 - 2 \cos \alpha \cos \beta - 2 \sin \alpha \sin \beta = 2 [1 - \cos (\alpha - \beta)] \\
 & 2 - 2 (\cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta) = 2 [1 - \cos (\alpha - \beta)] \\
 & 2 - 2 (\cos (\alpha - \beta)) = 2 [1 - \cos (\alpha - \beta)] \\
 4. & 2 [1 - \cos (\alpha - \beta)] = 2 [1 - \cos (\alpha - \beta)]
 \end{aligned}$$

Gambar 4.3. Jawaban SA₁ dalam Menyelesaikan Soal Nomor 3

Berdasarkan jawaban tertulis di atas dapat dikemukakan bahwa subjek SA₁ dapat memahami soal, ini dapat dilihat dari dia menjabarkan dulu dari bentuk persamaan kuadrat kemudian mengalikannya. Subjek SA₁ mampu merencanakan penyelesaian dengan menggunakan konsep yang sudah pernah dia dapatkan sebelumnya yaitu tentang persamaan kuadrat, identitas trigonometri dasar dan rumus trigonometri untuk kosinus selisih dua sudut. Setelah itu dia mampu menuliskan langkah-langkah yang ditempuh sehingga memperoleh

jawaban yang benar. Hal ini dapat dilihat juga dalam petikan wawancara antara peneliti dengan subjek SA₁ sebagai berikut:

P : Coba kamu baca soal nomor 3!

SA₁ 25 : Buktikan bahwa $(\cos \alpha - \cos \beta)^2 + (\sin \alpha - \sin \beta)^2 = 2 [1 - \cos (\alpha - \beta)]$

P : Apa yang ditanyakan dari soal tersebut?

SA₁ 26 : Membuktikan bahwa

$$(\cos \alpha - \cos \beta)^2 + (\sin \alpha - \sin \beta)^2 = 2 [1 - \cos (\alpha - \beta)] .$$

P : Apakah kamu paham yang ditanyakan soal tersebut?

SA₁ 27 : Paham. Maksudnya itu jika $(\cos \alpha - \cos \beta)^2 + (\sin \alpha - \sin \beta)^2$ dioperasikan akan menghasilkan $2[1 - \cos(\alpha - \beta)]$.

P : Bagaimana langkah pertama kamu dalam mengerjakan soal tersebut?

SA₁ 28 : $(\cos \alpha - \cos \beta)^2 + (\sin \alpha - \sin \beta)^2$ ini kan bentuk dari persamaan kuadrat. $(\cos \alpha - \cos \beta)^2$ ini sama dengan $(\cos \alpha - \cos \beta)(\cos \alpha - \cos \beta)$ dan yang $(\sin \alpha - \sin \beta)^2$ ini sama dengan $(\sin \alpha - \sin \beta)(\sin \alpha - \sin \beta)$.

P : Selanjutnya bagaimana kamu menyelesaikannya? Tolong jelaskan!

SA₁ 29 : Dari langkah yang pertama tadi $(\cos \alpha - \cos \beta)$ dikalikan $(\cos \alpha - \cos \beta)$ sehingga diperoleh $\cos^2 \alpha - 2 \cos \alpha \cos \beta + \cos^2 \beta$ dan begitu juga $(\sin \alpha - \sin \beta)$ dikalikan $(\sin \alpha - \sin \beta)$ sehingga diperoleh $\sin^2 \alpha - 2 \sin \alpha \sin \beta + \sin^2 \beta$ setelah itu saya jumlahkan sehingga diperoleh $\cos^2 \alpha - 2 \cos \alpha \cos \beta + \cos^2 \beta + \sin^2 \alpha - 2 \sin \alpha \sin \beta + \sin^2 \beta$.

P : Setelah kamu jumlahkan kemudian kamu apakah?

SA₁ 30 : Saya kumpulkan yang sejenis

$$\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha + \cos^2 \beta + \sin^2 \beta - 2 \cos \alpha \cos \beta - 2 \sin \alpha \sin \beta.$$

P : Untuk apa kamu mengumpulkan yang sejenis itu?

SA₁ 31 : Karena $\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha = 1$ dan $\cos^2 \beta + \sin^2 \beta = 1$.

P : Kamu tahu dari mana kalau $\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha = 1$ dan $\cos^2 \beta + \sin^2 \beta = 1$?

SA₁ 32 : Itu kan identitas trigonometri yang diperoleh dari hubungan teorema *Pythagoras*.

P : Apakah kamu pernah mendapatkan materi ini sebelumnya?

SA₁ 33 : Pernah. Ketika kelas X semester II.

P : Ya sudah kamu lanjutkan penjelasannya!

SA₁ 34 : Dari $2 - 2 \cos \alpha \cos \beta - 2 \sin \alpha \sin \beta$ saya ubah menjadi

$$2 - 2[\cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta].$$

P : Dari $2 - 2[\cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta]$ menjadi $2 - 2[\cos(\alpha - \beta)]$ itu kamu apakah?

SA₁ 35 : $\cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta$ itu kan rumus dari $\cos(\alpha - \beta)$.

P : Coba kamu lanjutkan lagi penjelasan langkah berikutnya!

SA₁ 36 : Dari situ tadi saya sederhanakan menjadi $2[1 - \cos(\alpha - \beta)]$ dan terbukti.

Berdasarkan hasil tertulis dan petikan wawancara yang diungkapkan pada pernyataan SA₁ 27 dan SA₁ 28, menunjukkan bahwa subjek SA₁ dapat

memahami soal karena di sini subjek SA₁ dapat mengungkapkan apa yang ditanyakan dari soal serta dapat memahami konsep persamaan kuadrat yang dikaitkan dengan trigonometri Pernyataan SA₁ 29, menunjukkan bahwa subjek SA₁ dapat membuat perencanaan penyelesaian dengan baik yaitu dengan menjabarkan terlebih dahulu $(\cos \alpha - \cos \beta)^2$ menjadi $(\sin \alpha - \sin \beta)^2$ menjadi kemudian mengalikannya. Pernyataan SA₁ 30 sampai SA₁ 33, menunjukkan bahwa subjek SA₁ mampu mengaitkan konsep yang pernah dia terima sebelumnya mengenai identitas trigonometri yakni $\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha = 1$ dan $\cos^2 \beta + \sin^2 \beta = 1$ serta mampu menjelaskan konsep identitas trigonometri yang dia pakai dalam perencanaan tersebut. Pernyataan SA₁ 34 sampai SA₁ 36, menunjukkan bahwa subjek SA₁ dapat melaksanakan penyelesaian yaitu setelah mengaitkan dengan identitas trigonometri subjek SA₁ dengan mudah menemukan jawaban $2 - 2[\cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta]$. Setelah itu subjek SA₁ mengubah $2 - 2[\cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta]$ menjadi $2 - 2[\cos(\alpha - \beta)]$ dengan menggunakan rumus kosinus selisih dua sudut dan menyederhanakannya sehingga memperoleh jawaban benar.

Berdasarkan hasil tertulis dan petikan wawancara di atas dapat disimpulkan bahwa subjek SA₁ mempunyai proses berpikir konseptual dalam menyelesaikan soal nomor 3. Karena subjek SA₁ dalam menyelesaikan soal nomor 3 memenuhi indikator proses berpikir konseptual yaitu siswa mampu mengungkapkan apa yang ditanyakan dari soal (K1. 11), siswa mampu menjelaskan tentang konsep-konsep trigonometri yang terdapat pada soal (K1.

12), siswa mampu mengaitkan dengan konsep yang pernah diterima (K1. 21), siswa mampu menjelaskan langkah-langkah yang akan ditempuh untuk menyelesaikan soal (K1. 22) dan siswa mampu menyelesaikan soal dengan menggunakan konsep-konsep yang telah dipelajari (K1. 31).

d. Soal nomor 4

Pada bagian ini akan disajikan deskripsi proses berpikir subjek SA₁ dalam menyelesaikan soal nomor 4. Jawaban tertulis subjek SA₁ dalam menyelesaikan soal nomor 4 seperti gambar 4. 4 berikut:

\hookrightarrow Dik = $\tan \alpha = \frac{1}{1-y}$ Ditanya = Buktikan $\tan(\alpha + \beta) = -2y^{-2}$
 $\tan \beta = \frac{1}{1+y}$
 Jawab = $\tan(\alpha + \beta) = -2y^{-2}$

$$\frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta} = -2y^{-2}$$

$$\frac{\frac{1}{1-y} + \frac{1}{1+y}}{1 - \frac{1}{1-y} + \frac{1}{1+y}} = -2y^{-2}$$

$$\frac{1+y + 1-y}{1-y + 1+y} = -2y^{-2}$$

$$\frac{2}{2} = -2y^{-2}$$

Gambar 4. 4. Jawaban SA₁ dalam Menyelesaikan Soal Nomor 4

Berdasarkan jawaban tertulis di atas dapat dikemukakan bahwa subjek SA₁ dapat memahami soal, ini dapat dilihat dari kemampuan dia menuliskan apa yang diketahui dan ditanyakan dari soal dengan benar. Subjek SA₁ mampu menyelesaikan masalah dengan rencana penyelesaian dengan menggunakan apa yang telah diketahui dari soal dan menggunakan konsep rumus trigonometri

untuk tangen jumlah dua sudut. Setelah melakukan perencanaan penyelesaian SA₁ menghitungnya dengan cara mengubah bentuk pembagian pecahan menjadi bentuk perkalian. Hal ini dapat dilihat juga dalam petikan wawancara antara peneliti dengan subjek SA₁ sebagai berikut:

P : Coba kamu baca soal nomor 4!

SA₁ 37 : Jika $\tan \alpha = \frac{1}{1-y}$ dan $\tan \beta = \frac{1}{1+y}$, buktikan bahwa

$$\tan(\alpha + \beta) = -2y^{-2}.$$

P : Apa yang diketahui dari soal tersebut?

SA₁ 38 : $\tan \alpha = \frac{1}{1-y}$ dan $\tan \beta = \frac{1}{1+y}$.

P : Apa yang ditanyakan dari soal tersebut?

SA₁ 39 : Buktikan bahwa $\tan(\alpha + \beta) = -2y^{-2}$.

P : Apakah kamu paham yang ditanyakan soal tersebut?

SA₁ 40 : Paham. Maksudnya apabila $\tan(\alpha + \beta)$ dioperasikan akan menghasilkan $-2y^{-2}$.

P : Apa yang ada di pikiran kamu dalam merencanakan penyelesaian soal tersebut?

SA₁ 41 : Pertama-tama saya menulis rumus dari $\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta}$.

P : Rumus apa yang kamu gunakan untuk langkah pertama itu?

SA₁ 42 : Rumus tangen jumlah dua sudut.

P : Setelah kamu menggunakan rumus tangen jumlah dua sudut bagaimana langkah selanjutnya?

SA₁ 43 : Saya masukkan saja nilai $\tan \alpha = \frac{1}{1-y}$ dan $\tan \beta = \frac{1}{1+y}$ ke rumus tadi sehingga diperoleh $\frac{\frac{1}{1-y} + \frac{1}{1+y}}{1 - \frac{1}{1-y} \cdot \frac{1}{1+y}}$.

P : Setelah itu bagaimana cara penyelesaiannya?

SA₁ 44 : Untuk yang di atas saya samakan dulu penyebutnya sehingga menjadi $\frac{1-y}{1-y^2} + \frac{1+y}{1-y^2}$ dan yang di bawah saya kalikan $\frac{1}{1-y}$ dengan $\frac{1}{1+y}$ sehingga diperoleh $\frac{1}{1-y^2}$.

P : Coba kamu lanjutkan penjelasannya!

SA₁ 45 : Kemudian yang di atas saya jumlahkan diperoleh $\frac{2}{1-y^2}$ setelah itu yang di bawah saya samakan penyebutnya menjadi $\frac{1-y^2}{1-y^2} - \frac{1}{1-y^2}$.

P : Langkah berikutnya coba kamu jelaskan!

SA₁ 46 : Yang di bawah saya operasikan hasilnya $\frac{-y^2}{1-y^2}$.

P : Pada langkah berikutnya kenapa $\frac{2}{1-y^2}$ dikalikan dengan $\frac{1-y^2}{-y^2}$?

SA₁ 47 : Ini kan pembagian pada pecahan jadi bisa saja dikali, pada pengalinya penyebut dan pembilang ditukar.

P : Memangnya bisa seperti itu?

SA₁ 48 : Bisa.

P : Selanjutnya apa yang kamu lakukan?

SA₁ 49 : Saya kalikan $\frac{2}{1-y^2}$ dengan $\frac{1-y^2}{-y^2}$ sama dengan $\frac{2}{-y^2}$.

P : Kenapa hasil akhirnya $-2y^{-2}$?

SA₁ 50 : Dengan menggunakan aturan perpangkatan $\frac{2}{-y^2}$ saya rubah menjadi $-2y^{-2}$.

P : Apakah kamu pernah mendapatkan materi ini sebelumnya?

SA₁ 51 : Pernah ketika kelas X.

Berdasarkan tes tertulis dan petikan wawancara yang diungkapkan SA₁ 38 sampai SA₁ 40 menunjukkan bahwa subjek SA₁ dapat memahami soal, karena di sini subjek SA₁ dapat mengungkapkan yang diketahui dan ditanyakan dari soal. Pernyataan SA₁ 41 dan SA₁ 42 menunjukkan subjek SA₁ mengetahui konsep trigonometri yaitu rumus tangen jumlah dua sudut. Dalam merencanakan penyelesaian subjek SA₁ hanya memasukkan yang diketahui dari soal dengan menggunakan rumus tangen jumlah dua sudut dan dia operasikan sehingga diperoleh hasilnya $\frac{2/1-y^2}{-y^2/1-y^2}$ sebagaimana dalam pernyataan SA₁ 43 sampai SA₁

46. Pada pernyataan SA₁ 47 dan SA₁ 48 subjek SA₁ mampu mengaitkan konsep yang pernah dia pelajari sebelumnya yakni mengubah bentuk pembagian pecahan menjadi bentuk perkalian serta dapat menjelaskan langkah-langkah yang ditempuhnya. Setelah mengubah bentuk pembagian pecahan menjadi bentuk

perkalian subjek SA₁ dapat memperoleh jawaban $\frac{2}{-y^2}$. Pernyataan SA₁ 50 dan SA₁ 51 menunjukkan bahwa subjek SA₁ dapat menyelesaikan soal dengan mengubah bentuk pangkat bulat positif menjadi pangkat bulat negatif sehingga memperoleh jawaban yang benar.

Berdasarkan hasil tertulis dan petikan wawancara di atas dapat disimpulkan bahwa subjek SA₁ mempunyai proses berpikir konseptual dalam menyelesaikan soal nomor 4. Karena subjek SA₁ dalam menyelesaikan soal nomor 4 memenuhi indikator proses berpikir konseptual yaitu siswa mampu mengungkapkan apa yang diketahui dan ditanyakan dari soal (K1. 11), siswa mampu menjelaskan tentang konsep-konsep trigonometri yang terdapat pada soal (K1. 12), siswa mampu mengaitkan dengan konsep yang pernah diterima (K1. 21), siswa mampu menjelaskan langkah-langkah yang akan ditempuh untuk menyelesaikan soal (K1. 22) dan siswa mampu menyelesaikan soal dengan menggunakan konsep-konsep yang telah dipelajari (K1. 31).

Berikut kesimpulan keseluruhan dari proses berpikir yang dimiliki subjek SA₁.

Tabel 4. 4. Proses Berpikir Subjek SA₁

Soal	Proses Berpikir
1	Konseptual
2	Konseptual
3	Konseptual
4	Konseptual

2. Deskripsi dan Analisis Data Subjek SA₂ dari Kelompok Atas

a. Soal nomor 1

Pada bagian ini akan disajikan deskripsi data proses berpikir subjek SA₂ dalam menyelesaikan soal nomor 1. Jawaban tertulis subjek SA₂ dalam menyelesaikan soal nomor 1 seperti pada gambar 4. 5 berikut:

$$\begin{aligned}
 1. \quad \sin(270^\circ - x^\circ) &= -\cos x^\circ \\
 \sin 270^\circ \cos x^\circ - \cos 270^\circ \sin x^\circ &= -\cos x^\circ \\
 \sin(180^\circ + 90^\circ) \cos x^\circ - \cos(180^\circ + 90^\circ) \sin x^\circ &= -\cos x^\circ \\
 -\sin 90^\circ \cos x^\circ - (-\cos 90^\circ) \sin x^\circ &= -\cos x^\circ \\
 -1 \cos x^\circ + 0 \sin x^\circ &= -\cos x^\circ \\
 -1 \cos x^\circ + 0 &= -\cos x^\circ \\
 -\cos x^\circ &= -\cos x^\circ \\
 &\text{(Terbukti)} \\
 //
 \end{aligned}$$

Gambar 4. 4. Jawaban SA₂ dalam Menyelesaikan Soal Nomor 1

Berdasarkan jawaban tertulis di atas dapat dikemukakan bahwa SA₂ dapat memahami soal, ini dapat dilihat dari dia menuliskan konsep rumus trigonometri jumlah dan selisih dua sudut. Subjek SA₂ mampu menyelesaikan soal dengan merencanakan penyelesaian dengan menggunakan konsep yang sudah pernah dia dapatkan sebelumnya yaitu tentang sudut berpelurus. Setelah itu, dia mampu menuliskan langkah-langkah yang ditempuh sehingga mendapatkan jawaban yang benar. Hal ini dapat dilihat juga dalam petikan wawancara antara peneliti (P) dengan subjek SA₂ sebagai berikut:

P : *Assalamu'alaikum warahmatullahi wabarakatuh*

SA₂ 1 : *Wa'alaikum salam warahmatullahi wabarakatuh*

P : Bagaimana kabarnya?

SA₂ 2 : Baik.

P : Tolong perkenalkan nama kamu!

SA₂ 3 : TH kelas XI IPA 2.

P : Masih ingat dengan soal yang dikerjakan kemarin?

SA₂ 4 : Masih.

P : Apa yang pertama kali kamu lakukan ketika dikasih soal tersebut?

SA₂ 5 : Pertama-tama memahaminya terlebih dahulu.

P : Coba kamu baca soal nomor 1 tersebut!

SA₂ 6 : Buktikan bahwa $\sin(270^\circ - x^\circ) = -\cos x^\circ$.

P : Apa yang ditanyakan dari soal tersebut?

SA₂ 7 : Membuktikan bahwa $\sin(270^\circ - x^\circ) = -\cos x^\circ$.

P : Apakah kamu paham dengan yang ditanyakan soal tersebut?

SA₂ 8 : Paham Pa. $\sin(270^\circ - x^\circ)$ bila dioperasikan sampai akhir akan diperoleh $-\cos x^\circ$.

P : Rumus apa yang kamu gunakan untuk memulai langkah pertama dalam mengerjakan soal tersebut?

SA₂ 9 : Rumus sinus selisih dua sudut yaitu

$\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta$. Dengan $\alpha = 270^\circ$ dan $\beta = x^\circ$ maka saya ganti nilai α dan β sesuai yang diketahui ke rumus $\sin(\alpha - \beta)$ diperoleh $\sin(270^\circ - x^\circ) = \sin 270^\circ \cos x^\circ - \cos 270^\circ \sin x^\circ$.

P : Bagaimana cara kamu menghitung nilai dari $\sin 270^\circ$ dan $\cos 270^\circ$?

SA₂ 10 : $\sin 270^\circ$ itu sama dengan $\sin(180^\circ + 90^\circ)$ dan $\cos 270^\circ$ itu juga sama dengan $\cos(180^\circ + 90^\circ)$.

P : Itu materi tentang apa? Kelas berapa? Serta semester berapa?

SA₂ 11 : Kalaupun tidak salah materi dua sudut berpelurus. Kelas X. Semester 2.

P : Bagaimana kamu mendapatkan $-\sin 90^\circ$ dan $-\cos 90^\circ$?

SA₂ 12 : $\sin(180^\circ + 90^\circ)$ itu kan sudut berpelurus terletak di kuadran III, nilai di kuadran III negatif diperoleh $-\sin 90^\circ$ dan $\cos(180^\circ + 90^\circ)$ itu juga sudut berpelurus yang letaknya di kuadran III nilai di kuadran III adalah negatif diperoleh $-\cos 90^\circ$.

P : Apakah kamu juga bisa menghitung nilai $\tan 330^\circ$?

SA₂ 13 : *Insya Allah* bisa, itu sama dengan $\tan(270^\circ + 60^\circ) = -\cot 60 = -\frac{1}{3}\sqrt{3}$. Karena itu letaknya di kuadran IV nilai tan negatif.

P : Apakah itu juga sudut berpelurus?

SA₂ 14 : Bukan itu sudut berkomplemen, komplemen dari sama dengan .

P : Coba kamu lanjutkan penjelasan berikutnya!

SA₂ 15 : Selanjutnya nilai $-\sin 90^\circ = -1$ dan nilai $-\cos 90^\circ = -0$. Kemudian saya jumlahkan $-\cos x^\circ + 0$ diperoleh $-\cos x^\circ$.

P : Apakah kamu yakin?

SA₂ 16 : *Insya Allah* yakin.

Berdasarkan tes tertulis dan petikan wawancara yang diungkapkan pada pernyataan SA₂ 7 sampai SA₂ 9 menunjukkan bahwa subjek SA₂ dapat memahami soal, karena di sini subjek dapat mengungkapkan apa yang ditanyakan dari soal serta mengetahui konsep rumus trigonometri sinus selisih dua sudut. Pernyataan SA₂ 10 sampai SA₂ 12, menunjukkan bahwa subjek SA₂ mampu membuat perencanaan penyelesaian dengan terlebih dahulu mencari nilai $\sin 270^\circ$ dan $\cos 270^\circ$ dengan mengaitkan konsep sudut berpelurus serta mampu menjelaskan konsep sudut berpelurus yang dia pakai dalam perencanaan tersebut. Untuk mengetahui dia benar-benar paham mengenai konsep yang telah dikaitkannya dalam merencanakan penyelesaian, peneliti memberikan 1 buah

soal lagi. Pernyataan SA₂ 13 dan SA₂ 14 menunjukkan bahwa subjek SA₂ mampu menyelesaikan soal yang diberikan peneliti serta menjelaskannya tetapi dia menggunakan sudut berkomplemen. Pernyataan SA₂ 15 menunjukkan bahwa subjek SA₂ mampu mencari nilai sudut istimewa dari $\sin 90^\circ$ dan $-\cos 90^\circ$. Setelah mengetahui dari nilai sudut istimewa tersebut dengan cara operasi penjumlahan sehingga diperoleh jawaban yang benar.

Berdasarkan hasil tertulis dan kutipan wawancara di atas dapat disimpulkan bahwa subjek SA₂ mempunyai proses berpikir konseptual. Karena subjek SA₂ dalam menyelesaikan soal memenuhi indikator proses berpikir konseptual yaitu siswa mampu mengungkapkan apa yang ditanyakan dari soal (K1. 11), siswa mampu menjelaskan tentang konsep-konsep trigonometri yang terdapat pada soal (K1. 12), siswa mampu mengaitkan konsep yang pernah diterima sebelumnya (K1. 21), siswa mampu menjelaskan langkah-langkah yang ditempuh untuk menyelesaikan soal (K1. 22) dan siswa mampu menyelesaikan soal dengan menggunakan konsep-konsep yang telah dipelajari (K1. 31).

b. Soal nomor 2

Pada bagian ini akan disajikan deskripsi proses berpikir subjek SA₂ dalam menyelesaikan soal nomor 2. Jawaban tertulis subjek SA₂ dalam menyelesaikan soal nomor 2 seperti pada gambar 4. 6 berikut:

$$\begin{aligned}
 2. \quad & (\sin 150^\circ - \beta) + (\sin 210^\circ + \beta) = 0 \\
 & [(\sin 150^\circ \cos \beta - \cos 150^\circ \sin \beta)] + [(\sin 210^\circ \cos \beta + \cos 210^\circ \sin \beta)] = 0 \\
 & [\sin (180^\circ - 30^\circ) \cos \beta - \cos (180^\circ - 30^\circ) \sin \beta] + \\
 & [\sin (180^\circ + 30^\circ) \cos \beta + \cos (180^\circ + 30^\circ) \sin \beta] = 0 \\
 & [\sin 30^\circ \cos \beta - (-\cos 30^\circ) \sin \beta] + (-\sin 30^\circ \cos \beta) + (-\cos 30^\circ \sin \beta) = 0 \\
 & \frac{1}{2} \cos \beta + \frac{1}{2} \sqrt{3} \sin \beta - \frac{1}{2} \cos \beta - \frac{1}{2} \sqrt{3} \sin \beta = 0 \\
 & 0 = 0 \\
 & \text{(Terbukti)} \\
 & //
 \end{aligned}$$

Gambar 4. 6. Jawaban SA₂ dalam Menyelesaikan Soal Nomor 2

Berdasarkan jawaban tertulis di atas dapat dikemukakan bahwa SA₂ dapat memahami soal, ini dapat dilihat dari dia menuliskan konsep rumus trigonometri jumlah dan selisih dua sudut. Subjek SA₂ mampu menyelesaikan soal dengan merencanakan penyelesaian dengan menggunakan konsep yang sudah pernah dia

dapatkan sebelumnya yaitu tentang sudut berpelurus. Setelah itu, dia mampu menuliskan langkah-langkah yang ditempuh sehingga mendapatkan jawaban yang benar. Hal ini dapat dilihat juga dalam petikan wawancara antara peneliti dengan subjek SA₂ sebagai berikut:

P : Coba kamu baca soal nomor 2!

SA₂ 17 : Buktikan bahwa $\sin (150^\circ - \beta^\circ) + \sin (210^\circ + \beta^\circ) = 0$.

P : Apa yang ditanyakan dari soal tersebut?

SA₂ 18 : Membuktikan kalau $\sin (150^\circ - \beta^\circ) + \sin (210^\circ + \beta^\circ) = 0$.

P : Apakah kamu paham dengan yang ditanyakan soal tersebut?

SA₂ 19 : Paham. Maksudnya $\sin (150^\circ - \beta^\circ) + \sin (210^\circ + \beta^\circ) = 0$ bila dioperasikan akan diperoleh 0.

P : Rumus apa yang kamu gunakan untuk memulai langkah pertama dalam mengerjakan soal tersebut?

SA₂ 20 : $\sin (150^\circ - \beta^\circ)$ saya menggunakan rumus sinus selisih dua sudut yaitu $\sin (\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta$. Dari soal $\alpha = 150^\circ$ dan $\beta = \beta^\circ$, kemudian saya ganti nilai α dan β ke rumus sinus selisih dua sudut diperoleh $\sin 150^\circ \cos \beta^\circ - \cos 150^\circ \sin \beta^\circ$.
Selanjutnya $\sin (210^\circ + \beta^\circ)$ saya gunakan rumus sinus jumlah dua sudut yaitu $\sin (\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$. Dari soal diketahui $\alpha = 210^\circ$ dan $\beta = \beta^\circ$. Kemudian saya ganti nilai α dan β ke rumus sinus selisih dua sudut diperoleh $\sin 210^\circ \cos \beta^\circ + \cos 210^\circ \sin \beta^\circ$.

P : Bagaimana cara kamu menghitung nilai dari $\sin 150^\circ$, $\cos 150^\circ$, $\sin 210^\circ$ dan $\cos 210^\circ$?

SA₂ 21 : Sama seperti soal yang pertama.

$$\sin 150^\circ = \sin(180^\circ - 30^\circ) \text{ dan } \cos 150^\circ = \cos(180^\circ - 30^\circ),$$

$$\sin 210^\circ = \sin(180^\circ + 30^\circ) \text{ dan } \cos 210^\circ = \cos(180^\circ + 30^\circ).$$

P : Bagaimana kamu mendapatkan $\sin 30^\circ \cos \beta^\circ$, $-\cos 30^\circ \sin \beta^\circ$, $-\sin 30^\circ \cos \beta^\circ$ dan $-\cos 30^\circ \sin \beta^\circ$?

SA₂ 22 : $\sin(180^\circ - 30^\circ)$ itu sudut berpelurus terletak di kuadran II nilai di kuadran II positif, diperoleh $\sin 30^\circ$ dan yang $\cos(180^\circ - 30^\circ)$ juga sudut berpelurus terletak di kuadran II nilai di kuadran II negatif, diperoleh $-\cos 30^\circ$. Selanjutnya yang $\sin(180^\circ + 30^\circ)$ sama sudut berpelurus letaknya di kuadran III nilai di kuadran III negatif, diperoleh $-\sin 30^\circ$ dan $\cos(180^\circ + 30^\circ)$ juga sudut berpelurus terletak di kuadran III nilai di kuadran III negatif, diperoleh $-\cos 30^\circ$.

P : Coba kamu lanjutkan penjelasan berikutnya!

SA₂ 23 : Selanjutnya nilai $\sin 30^\circ$ itu sama dengan $\frac{1}{2}$ dan nilai $-\cos 30^\circ$ itu sama

dengan $-\frac{1}{2}\sqrt{3}$ kemudian nilai $-\sin 30^\circ$ itu sama dengan $-\frac{1}{2}$ dan $-\cos 30^\circ$

sama dengan $-\frac{1}{2}\sqrt{3}$. Setelah itu saya jumlahkan dengan mencoret yang sama.

$$\frac{1}{2}\cos \beta^\circ + \frac{1}{2}\sqrt{3}\sin \beta^\circ - \frac{1}{2}\cos \beta^\circ - \frac{1}{2}\sqrt{3}\sin \beta^\circ \text{ dan hasilnya } 0 \text{ terbukti.}$$

P : Apakah kamu yakin?

SA₂ 24 : Yakin.

Berdasarkan tes tertulis dan petikan wawancara yang diungkapkan pada pernyataan SA₂ 18, SA₂ 19 dan SA₂ 20 menunjukkan bahwa subjek SA₂ dapat memahami soal, karena di sini subjek dapat mengungkapkan apa yang ditanyakan dari soal serta mengetahui konsep rumus trigonometri sinus selisih dan jumlah dua sudut. Pernyataan SA₂ 21 dan SA₂ 22, menunjukkan bahwa subjek SA₂ mampu membuat perencanaan penyelesaian dengan terlebih dahulu mencari nilai α dan β serta γ dengan mengaitkan konsep sudut berpelurus serta mampu menjelaskan konsep sudut berpelurus yang dia pakai dalam perencanaan tersebut. Pernyataan SA₂ 23 menunjukkan bahwa subjek SA₂ mampu mencari nilai sudut istimewa dari α dan β serta γ . Setelah mengetahui dari nilai sudut istimewa tersebut dengan cara operasi penjumlahan dan pengurangan sehingga diperoleh jawaban yang benar.

Berdasarkan hasil tertulis dan kutipan wawancara di atas dapat disimpulkan bahwa subjek SA₂ mempunyai proses berpikir konseptual. Karena subjek SA₂ dalam menyelesaikan soal memenuhi indikator proses berpikir konseptual yaitu siswa mampu mengungkapkan apa yang ditanyakan dari soal (K1. 11), siswa mampu menjelaskan tentang konsep-konsep trigonometri yang terdapat pada soal (K1. 12), siswa mampu mengaitkan konsep yang pernah diterima sebelumnya (K1. 21), siswa mampu menjelaskan langkah-langkah yang ditempuh untuk menyelesaikan soal (K1. 22) dan siswa mampu menyelesaikan soal dengan menggunakan konsep-konsep yang telah dipelajari (K1. 31).

c. Soal nomor 3

Pada bagian ini akan disajikan deskripsi data proses berpikir subjek SA₂ dalam menyelesaikan soal nomor 3. Jawaban tertulis subjek SA₂ dalam menyelesaikan soal nomor 3 seperti pada gambar 4. 7 berikut:

$$\begin{aligned}
 3. \quad & (\cos a - \cos b)^2 + (\sin a - \sin b)^2 = 2 [1 - \cos (a - b)] \\
 & = (\cos a - \cos b)(\cos a - \cos b) + (\sin a - \sin b)(\sin a - \sin b) \\
 & = (\cos^2 a - \cos a \cos b - \cos a \cos b + \cos^2 b) + (\sin^2 a - 2 \sin a \sin b - 2 \sin a \sin b + \sin^2 b) \\
 & = \cos^2 a - 2 \cos a \cos b + \cos^2 b + \sin^2 a - 2 \sin a \sin b + \sin^2 b \\
 & = (\cos^2 a + \sin^2 a) + (\cos^2 b + \sin^2 b) - 2 \cos a \cos b - 2 \sin a \sin b \\
 & = 1 + 1 - 2(\cos a \cos b + \sin a \sin b) \\
 & = 2 - 2(\cos a \cos b + \sin a \sin b) \\
 & = 2 [1 - \cos (a - b)]
 \end{aligned}$$

Gambar 4. 7. Jawaban SA₂ dalam Menyelesaikan Soal Nomor 3

Berdasarkan jawaban tertulis di atas dapat dikemukakan bahwa subjek SA₂ dapat memahami soal, ini dapat dilihat dari dia menjabarkan dulu dari bentuk persamaan kuadrat kemudian mengalikannya. Subjek SA₂ mampu merencanakan penyelesaian dengan menggunakan konsep yang sudah pernah dia dapatkan sebelumnya yaitu tentang persamaan kuadrat, identitas trigonometri dasar dan rumus trigonometri untuk cosinus selisih dua sudut. Setelah itu dia mampu menuliskan langkah-langkah yang ditempuh sehingga memperoleh

jawaban yang benar. Hal ini dapat dilihat juga dalam petikan wawancara antara peneliti dengan subjek SA₂ sebagai berikut:

P : Coba kamu baca soal nomor 3!

SA₂ 25 : Buktikan bahwa $(\cos \alpha - \cos \beta)^2 + (\sin \alpha - \sin \beta)^2 = 2 [1 - \cos (\alpha - \beta)]$

P : Apa yang ditanyakan dari soal tersebut?

SA₂ 26 : Membuktikan bahwa

$$(\cos \alpha - \cos \beta)^2 + (\sin \alpha - \sin \beta)^2 = 2 [1 - \cos (\alpha - \beta)] .$$

P : Apakah kamu paham yang ditanyakan soal tersebut?

SA₂ 27 : Paham. Bila $(\cos \alpha - \cos \beta)^2 + (\sin \alpha - \sin \beta)^2$ dioperasikan akan diperoleh

$$2 [1 - \cos (\alpha - \beta)] .$$

P : Bagaimana langkah pertama kamu dalam mengerjakan soal tersebut?

SA₂ 28 : $(\cos \alpha - \cos \beta)^2 + (\sin \alpha - \sin \beta)^2$ saya jabarkan menjadi

.

P : Memangnya bisa seperti itu?

SA₂ 29 : Bisa. Kan itu bentuk persamaan kuadrat.

P : Oh begitu, selanjutnya bagaimana menyelesaikannya? Tolong jelaskan!

SA₂ 30 : $(\cos \alpha - \cos \beta)$ dikalikan $(\cos \alpha - \cos \beta)$ diperoleh

$$\cos^2 \alpha - 2 \cos \alpha \cos \beta + \cos^2 \beta \text{ ditambah } (\sin \alpha - \sin \beta) \text{ dikalikan } (\sin \alpha - \sin \beta)$$

diperoleh $\sin^2 \alpha - 2 \sin \alpha \sin \beta + \sin^2 \beta$, selanjutnya saya jumlahkan diperoleh

$$\cos^2 \alpha - 2 \cos \alpha \cos \beta + \cos^2 \beta + \sin^2 \alpha - 2 \sin \alpha \sin \beta + \sin^2 \beta .$$

- P : Setelah kamu jumlahkan kemudian kamu apakan?
- SA₂ 31 : Karena $\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha = 1$ dan $\cos^2 \beta + \sin^2 \beta = 1$, maka saya kumpulkan sehingga menjadi

$$\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha + \cos^2 \beta + \sin^2 \beta - 2 \cos \alpha \cos \beta - 2 \sin \alpha \sin \beta.$$
- P : Kamu tahu dari mana kalau $\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha = 1$ dan $\cos^2 \beta + \sin^2 \beta = 1$?
- SA₂ 32 : Identitas trigonometri yang diperoleh dari hubungan *Pythagoras*.
- P : Apakah kamu pernah mendapatkan materi ini sebelumnya?
- SA₂ 33 : Pernah. Ketika kelas X semester II.
- P : Ya sudah kamu lanjutkan penjelasannya!
- SA₂ 34 : Dari identitas trigonometri tadi diperoleh $2 - 2(\cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta)$
- P : Itu kenapa bisa berubah menjadi ?
- SA₂ 35 : $-2(\cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta)$ kalau dijabarkan sama dengan

$$-2 \cos \alpha \cos \beta - 2 \sin \alpha \sin \beta.$$
- P : Dari $2 - 2[\cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta]$ menjadi $2 - 2[\cos(\alpha - \beta)]$ itu kamu apakan?
- SA₂ 36 : Yang $\cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta$ rumus cosinus selisih dua sudut yaitu $\cos(\alpha - \beta)$.
- P : Oh begitu, coba kamu lanjutkan lagi penjelasannya!
- SA₂ 37 : Selanjutnya saya sederhanakan lagi menjadi $2[1 - \cos(\alpha - \beta)]$ dan terbukti.

Berdasarkan hasil tertulis dan petikan wawancara yang diungkapkan pada pernyataan SA₂ 27 sampai SA₂ 29, menunjukkan bahwa subjek SA₂ dapat memahami soal karena di sini subjek SA₂ dapat mengungkapkan apa yang

ditanyakan dari soal serta dapat memahami konsep persamaan kuadrat yang dikaitkan dengan trigonometri. Pernyataan SA₂ 30, menunjukkan bahwa subjek SA₂ dapat membuat perencanaan penyelesaian dengan baik yaitu dengan menjabarkan terlebih dahulu $(\cos \alpha - \cos \beta)^2$ menjadi dan menjadi kemudian mengalikannya. Pernyataan SA₂ 31 sampai SA₂ 33, menunjukkan bahwa subjek SA₂ mampu mengaitkan konsep yang pernah dia terima sebelumnya mengenai identitas trigonometri yakni $\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha = 1$ dan $\cos^2 \beta + \sin^2 \beta = 1$ serta mampu menjelaskan konsep identitas trigonometri yang dia pakai dalam perencanaan tersebut. Pernyataan SA₂ 34 sampai SA₂ 37, menunjukkan bahwa subjek SA₂ dapat melaksanakan penyelesaian yaitu setelah mengaitkan dengan identitas trigonometri subjek SA₂ dengan mudah menemukan jawaban $2 - 2[\cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta]$. Setelah itu subjek SA₂ mengubah $2 - 2[\cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta]$ menjadi dengan menggunakan rumus kosinus selisih dua sudut dan menyederhanakannya sehingga memperoleh jawaban benar.

Berdasarkan hasil tertulis dan petikan wawancara di atas dapat disimpulkan bahwa subjek SA₂ mempunyai proses berpikir konseptual dalam menyelesaikan soal nomor 3. Karena subjek SA₂ dalam menyelesaikan soal nomor 3 memenuhi indikator proses berpikir konseptual yaitu siswa mampu mengungkapkan apa yang ditanyakan dari soal (K1. 11), siswa mampu menjelaskan tentang konsep-konsep trigonometri yang terdapat pada soal (K1. 12), siswa mampu mengaitkan dengan konsep yang pernah diterima (K1. 21),

siswa mampu menjelaskan langkah-langkah yang akan ditempuh untuk menyelesaikan soal (K1. 22) dan siswa mampu menyelesaikan soal dengan menggunakan konsep-konsep yang telah dipelajari (K1. 31).

d. Soal nomor 4

Pada bagian ini akan disajikan deskripsi proses berpikir subjek SA₂ dalam menyelesaikan soal nomor 4. Jawaban tertulis subjek SA₂ dalam menyelesaikan soal nomor 4 seperti gambar 4. 8 berikut:

4. Jika $\tan a = \frac{1}{1-y}$

$\tan B = \frac{1}{1+y}$

$\tan (a + B) = -2y^{-2}$

Penye :

$$\tan (a + B) = \frac{\tan a + \tan B}{1 - \tan a \cdot \tan B}$$

$$= \frac{\left(\frac{1}{1-y}\right) + \left(\frac{1}{1+y}\right)}{1 - \left(\frac{1}{1-y}\right) \cdot \left(\frac{1}{1+y}\right)} = -2y^{-2}$$

$$= \frac{(1+y)/(1-y^2) + (1-y)/(1-y^2)}{1 - (1/(1-y^2))} = -2y^{-2}$$

$$= \frac{(2/1-y^2)}{(1-y^2/1-y^2) - (1/1-y^2)} = -2y^{-2}$$

$$= \frac{(2/1-y^2)}{-y^2/1-y^2} = -2y^{-2}$$

$$= \frac{2}{-y^2} \times \frac{1-y^2}{-y^2} = -2y^{-2}$$

$$= \frac{2}{-y^2} = -2y^{-2}$$

$$= -2y^{-2} = -2y^{-2}$$

(Terbukti)

Gambar 4. 8. Jawaban SA₂ dalam Menyelesaikan Soal Nomor 4

Berdasarkan jawaban tertulis di atas dapat dikemukakan bahwa subjek SA₂ dapat memahami soal, ini dapat dilihat dari kemampuan dia menuliskan apa

yang diketahui dan ditanyakan dari soal dengan benar. Subjek SA₂ mampu menyelesaikan masalah dengan rencana penyelesaian dengan menggunakan apa yang telah diketahui dari soal dan menggunakan konsep rumus trigonometri untuk tangen jumlah dua sudut. Setelah melakukan perencanaan penyelesaian SA₂ menghitungnya dengan cara mengubah bentuk pembagian pecahan menjadi bentuk perkalian. Hal ini dapat dilihat juga dalam petikan wawancara antara peneliti dengan subjek SA₂ sebagai berikut:

P : Coba kamu baca soal nomor 4!

SA₂ 38 : Jika $\tan \alpha = \frac{1}{1-y}$ dan $\tan \beta = \frac{1}{1+y}$, buktikan bahwa

$$\tan(\alpha + \beta) = -2y^{-2}.$$

P : Apa yang diketahui dari soal tersebut?

SA₂ 39 : $\tan \alpha = \frac{1}{1-y}$ dan $\tan \beta = \frac{1}{1+y}$.

P : Apa yang ditanyakan dari soal tersebut?

SA₂ 40 : Buktikan bahwa $\tan(\alpha + \beta) = -2y^{-2}$.

P : Apakah kamu paham yang ditanyakan soal tersebut?

SA₂ 41 : Paham. Bila $\tan(\alpha + \beta)$ dioperasikan diperoleh $-2y^{-2}$.

P : Apa yang ada dipikiran kamu dalam merencanakan penyelesaian soal tersebut?

SA₂ 42 : Saya tulis rumus dari $\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta}$.

P : Rumus apa yang kamu gunakan untuk langkah pertama itu?

SA₂ 43 : Rumus tangen jumlah dua sudut.

P : Setelah kamu menggunakan rumus tangen jumlah dua sudut bagaimana langkah selanjutnya?

SA₂ 44 : Saya ganti nilai $\tan \alpha = \frac{1}{1-y}$ dan $\tan \beta = \frac{1}{1+y}$ ke rumus awal diperoleh

$$\frac{\left(\frac{1}{1-y}\right) + \left(\frac{1}{1+y}\right)}{1 - \left(\frac{1}{1-y}\right) \cdot \left(\frac{1}{1+y}\right)}$$

P : Setelah itu bagaimana cara penyelesaiannya?

SA₂ 45 : Yang di atas disamakan dulu penyebutnya diperoleh $\frac{1+y}{1-y^2} + \frac{1-y}{1-y^2}$ dan

yang di bawah $\frac{1}{1-y}$ dikali $\frac{1}{1+y}$ diperoleh $\frac{1}{1-y^2}$.

P : Coba kamu lanjutkan penjelasannya?

SA₂ 46 : Yang di atas dijumlahkan diperoleh $\frac{2}{1-y^2}$ dan yang di bawah

disamakan penyebutnya menjadi $\frac{1-y^2}{1-y^2} - \frac{1}{1-y^2}$.

P : Oh begitu, langkah berikutnya coba kamu jelaskan!

SA₂ 47 : Yang dibawah saya kurangkan diperoleh $\frac{-y^2}{1-y^2}$.

P : Pada langkah berikutnya kenapa $\frac{2}{1-y^2}$ dikalikan dengan $\frac{1-y^2}{-y^2}$?

SA₂ 48 : Itu operasi pembagian pada pecahan. Dari bagi menjadi dikali pada pengalinya penyebut menjadi pembilang dan pembilang menjadi penyebut.

P : Memangnya bisa seperti itu?

SA₂ 49 : Bisa.

P : Selanjutnya apa yang kamu lakukan?

SA₂ 50 : Mengalikan $\frac{2}{1-y^2}$ dengan $\frac{1-y^2}{-y^2}$, itu bisa saja dicoret diperoleh $\frac{2}{-y^2}$

P : Kenapa hasil akhirnya ?

SA₂ 51 : Saya gunakan aturan perpangkatan yang $\frac{1}{a^n} = a^{-n}$ sehingga $\frac{2}{-y^2}$ menjadi .

P : Apakah kamu pernah mendapatkan materi ini sebelumnya?

SA₂ 52 : Pernah saat kelas X.

Berdasarkan tes tertulis dan petikan wawancara yang diungkapkan SA₂ 39 sampai SA₂ 41 menunjukkan bahwa subjek SA₂ dapat memahami soal, karena di sini subjek SA₂ dapat mengungkapkan apa yang diketahui dan ditanyakan dari soal. Pernyataan SA₂ 42 dan SA₂ 43 menunjukkan subjek SA₂ mengetahui konsep trigonometri yaitu rumus tangen jumlah dua sudut. Dalam merencanakan penyelesaian subjek SA₂ hanya memasukkan yang diketahui dari soal dengan menggunakan rumus tangen jumlah dua sudut dan dia operasikan sehingga diperoleh hasilnya $\frac{\cancel{2}/\cancel{1-y^2}}{-y^2/\cancel{1-y^2}}$ sebagaimana dalam pernyataan SA₂ 44 sampai SA₂

47. Pada pernyataan SA₂ 48 dan SA₂ 49 subjek SA₂ mampu mengaitkan konsep yang pernah dia pelajari sebelumnya yakni mengubah bentuk pembagian pecahan

menjadi bentuk perkalian serta dapat menjelaskan langkah-langkah yang ditempuhnya. Setelah mengubah bentuk pembagian pecahan menjadi bentuk perkalian subjek SA₂ dapat memperoleh jawaban $\frac{2}{-y^2}$ dengan mencoretnya.

Pernyataan SA₂ 50 sampai SA₂ 52 menunjukkan bahwa subjek SA₂ dapat menyelesaikan soal dengan menggunakan aturan perpangkatan sehingga memperoleh jawaban yang benar.

Berdasarkan hasil tertulis dan petikan wawancara di atas dapat disimpulkan bahwa subjek SA₂ mempunyai proses berpikir konseptual dalam menyelesaikan soal nomor 4. Karena subjek SA₂ dalam menyelesaikan soal nomor 4 memenuhi indikator proses berpikir konseptual yaitu siswa mampu mengungkapkan apa yang diketahui dan ditanyakan dari soal (K1. 11), siswa mampu menjelaskan tentang konsep-konsep trigonometri yang terdapat pada soal (K1. 12), siswa mampu mengaitkan dengan konsep yang pernah diterima (K1. 21), siswa mampu menjelaskan langkah-langkah yang akan ditempuh untuk menyelesaikan soal (K1. 22) dan siswa mampu menyelesaikan soal dengan menggunakan konsep-konsep yang telah dipelajari (K1. 31).

Berikut kesimpulan keseluruhan dari proses berpikir yang dimiliki subjek SA₂.

Tabel 4. 5. Proses Berpikir Subjek SA₂

Soal	Proses Berpikir
------	-----------------

1	Konseptual
2	Konseptual
3	Konseptual
4	Konseptual

3. Deskripsi dan Analisis Data Subjek SS₁ dari Kelompok Sedang

a. Soal nomor 1

Pada bagian ini akan disajikan deskripsi data proses berpikir subjek SS₁ dalam menyelesaikan soal nomor 1. Jawaban tertulis SS₁ dalam menyelesaikan soal nomor 1 seperti gambar 4. 9 berikut:

Handwritten mathematical derivation for $\sin(270^\circ - x^\circ) = -\cos x^\circ$:

$$1. \sin(270^\circ - x^\circ) = -\cos x^\circ$$

$$\sin 270^\circ \cos x^\circ - \cos 270^\circ \sin x^\circ = -\cos x^\circ$$

$$\sin(270+0) \cos x^\circ - \cos(270+0) \sin x^\circ = -\cos x^\circ$$

$$-\cos 0 \cos x^\circ - \sin 0 \sin x^\circ = -\cos x^\circ$$

$$-1 \cos x^\circ - 0 \sin x^\circ = -\cos x^\circ$$

$$-\cos x^\circ - 0 = -\cos x^\circ$$

$$\cos x^\circ = -\cos x^\circ$$

Gambar 4. 9. Jawaban SS₁ dalam Menyelesaikan Soal Nomor 1

Berdasarkan jawaban tertulis di atas dapat dikemukakan bahwa SS₁ dapat memahami soal, ini dapat dilihat dari dia menuliskan konsep rumus trigonometri jumlah dan selisih dua sudut. Subjek SS₁ mampu menyelesaikan soal dengan merencanakan penyelesaian dengan menggunakan konsep yang sudah pernah dia dapatkan sebelumnya yaitu tentang sudut berkomplemen. Setelah itu, dia mampu menuliskan langkah-langkah yang ditempuh sehingga mendapatkan jawaban yang benar. Hal ini dapat dilihat juga dalam petikan wawancara antara peneliti (P) dengan subjek SS₁ sebagai berikut:

P : *Assalamu'alaikum warahmatullahi wabarakatuh*

SS₁ 1 : *Wa'alaikum salam warahmatullahi wabarakatuh*

P : Bagaimana kabarnya?

SS₁ 2 : *Alhamdulillah* baik.

P : Tolong perkenalkan nama kamu!

SS₁ 3 : Nama saya AR dari kelas XI IPA 2.

- P : Masih ingat dengan soal yang dikerjakan kemarin?
- SS₁ 4 : Insya Allah ingat.
- P : Apa yang pertama kali kamu lakukan ketika dikasih soal tersebut?
- SS₁ 5 : Membaca dan memahaminya.
- P : Coba kamu baca soal nomor 1 tersebut!
- SS₁ 6 : Buktikan bahwa $\sin(270^\circ - x^\circ) = -\cos x^\circ$.
- P : Apa yang ditanyakan dari soal tersebut?
- SS₁ 7 : Buktikan bahwa $\sin(270^\circ - x^\circ) = -\cos x^\circ$.
- P : Apakah kamu paham dengan yang ditanyakan soal tersebut?
- SS₁ 8 : Paham. Disuruh membuktikan jika $\sin(270^\circ - x^\circ)$ diselesaikan hasilnya $-\cos x^\circ$.
- P : Rumus apa yang kamu gunakan untuk memulai langkah pertama dalam mengerjakan soal tersebut?
- SS₁ 9 : Selisih dua sudut untuk $\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta$.
- P : Bagaimana cara kamu menghitung nilai dari $\sin 270^\circ$ dan $\cos 270^\circ$?
- SS₁ 10 : $\sin 270^\circ = \sin(270^\circ + 0^\circ)$ dan $\cos 270^\circ = \cos(270^\circ + 0^\circ)$.
- P : Mengapa bisa seperti itu?
- SS₁ 11 : Supaya bisa menghitung $\sin 270^\circ$ dan $\cos 270^\circ$. Kalau tidak seperti itu saya tidak bisa mencari $\sin 270^\circ$ dan $\cos 270^\circ$.
- P : Itu materi tentang apa? Dan kelas berapa? Serta semester berapa?

SS₁ 12 : Materi dua sudut berkomplemen. kelas X, semester II.

P : Bagaimana kamu mendapatkan $-\cos 0^\circ$ dan $\sin 0^\circ$?

SS₁ 13 : $\sin(270^\circ + 0^\circ)$ itu sama dengan $-\cos 0^\circ$ karena dia sudut berkomplemen. Komplemen dari adalah dan itu letaknya di kuadran IV, nilai di kuadran IV negatif. Dan $\cos(270^\circ + 0^\circ) = \sin 0^\circ$ juga sama sudut berkomplemen. Komplemen dari cos adalah serta letaknya di kuadran IV nilai di kuaran IV positif.

P : Apakah kamu juga bisa menghitung nilai $\tan 330^\circ$?

SS₁ 14 : $\tan 330^\circ = \tan(270^\circ + 60^\circ) = -\cot 60^\circ$ karena dia sudut berkomplemen. Komplemen dari tan sama dengan cot dan letaknya di kuadran IV negatif $-\cot 60^\circ = -\frac{1}{3}\sqrt{3}$.

P : Oh begitu, setelah kamu dapat menghitung nilai dari $\sin 270^\circ$ dan $\cos 270^\circ$ selanjutnya kamu apakan?

SS₁ 15 : Saya cari nilai sudut $-\cos 0^\circ = -1$ dan nilai sudut $-\sin 0^\circ = 0$ sehingga diperoleh $-\cos x^\circ - 0 = -\cos x^\circ$ terbukti.

P : Apakah kamu yakin?

SS₁ 16 : Kalau sudah terbukti tentu yakin.

Berdasarkan tes tertulis dan petikan wawancara yang diungkapkan pada pernyataan SS₁ 7 smpai SS₁ 9 menunjukkan bahwa subjek SS₁ dapat memahami soal, karena di sini subjek dapat mengungkapkan apa yang ditanyakan dari soal serta mengetahui konsep rumus trigonometri sinus selisih dua sudut. Pernyataan

SS₁ 10 sampai SS₁ 13 menunjukkan bahwa subjek SS₁ mampu membuat perencanaan penyelesaian dengan terlebih dahulu mencari nilai dan dengan mengaitkan konsep sudut berkomplemen. serta mampu menjelaskan konsep sudut berkomplemen yang dia pakai dalam perencanaan tersebut. Untuk mengetahui dia benar-benar paham mengenai konsep yang telah dikaitkannya dalam merencanakan penyelesaian, peneliti memberikan 1 buah soal lagi. Pernyataan SS₁ 14 menunjukkan bahwa subjek SS₁ mampu menyelesaikan soal yang diberikan peneliti serta menjelaskan mengenai sudut berkomplemen. Pernyataan SS₁ 15 menunjukkan bahwa subjek SS₁ mampu mencari nilai sudut istimewa dari $-\cos 0^\circ$ dan $\sin 0^\circ$. Setelah mengetahui dari nilai sudut istimewa tersebut dengan cara operasi pengurangan sehingga diperoleh jawaban yang benar.

Berdasarkan hasil tertulis dan kutipan wawancara di atas dapat disimpulkan bahwa subjek SS₁ mempunyai proses berpikir konseptual. Karena subjek SS₁ dalam menyelesaikan soal memenuhi indikator proses berpikir konseptual yaitu mampu mengungkapkan apa yang ditanyakan dari soal (K1. 11), mampu menjelaskan tentang konsep-konsep trigonometri yang terdapat pada soal (K1. 12), mampu mengaitkan konsep yang pernah diterima sebelumnya (K1. 21), mampu menjelaskan langkah-langkah yang ditempuh untuk menyelesaikan soal (K1. 22) dan mampu menyelesaikan soal dengan menggunakan konsep-konsep yang telah dipelajari.

b. Soal nomor 2

Pada bagian ini akan disajikan deskripsi proses berpikir subjek SS₁ dalam menyelesaikan soal nomor 2. Jawaban tertulis subjek SS₁ dalam menyelesaikan soal nomor 2 seperti pada gambar 4. 10 berikut:

$$\begin{aligned}
 2. \quad & \sin(150^\circ - \beta) + \sin(210^\circ + \beta) = 0 \\
 & (\sin 150^\circ \cos \beta - \cos 150^\circ \sin \beta) + (\sin 210^\circ \cos \beta + \cos 210^\circ \sin \beta) = 0 \\
 & [\sin(180^\circ - 30^\circ) \cos \beta - \cos(180^\circ - 30^\circ) \sin \beta] + [\sin(180^\circ + 30^\circ) \cos \beta + \cos(180^\circ + 30^\circ) \sin \beta] = 0 \\
 & [\sin 30^\circ \cos \beta - (-\cos 30^\circ) \sin \beta] + [(-\sin 30^\circ) \cos \beta + (-\cos 30^\circ) \sin \beta] = 0 \\
 & \left[\frac{1}{2} \cos \beta - \left(-\frac{1}{2}\sqrt{3}\right) \sin \beta \right] + \left[\left(-\frac{1}{2}\right) \cos \beta + \left(-\frac{1}{2}\sqrt{3}\right) \sin \beta \right] = 0 \\
 & \left(\frac{1}{2} \cos \beta + \frac{1}{2}\sqrt{3} \sin \beta \right) + \left(-\frac{1}{2} \cos \beta - \frac{1}{2}\sqrt{3} \sin \beta \right) = 0 \\
 & 0 = 0
 \end{aligned}$$

Gambar 4. 10. Jawaban SS₁ dalam Menyelesaikan Soal Nomor 2

Berdasarkan jawaban tertulis di atas dapat dikemukakan bahwa SS₁ dapat memahami soal dengan baik, ini dapat dilihat dari dia menuliskan konsep rumus trigonometri jumlah dan selisih dua sudut. Subjek SS₁ mampu menyelesaikan soal dengan merencanakan penyelesaian dengan menggunakan konsep yang sudah pernah dia dapatkan sebelumnya yaitu tentang sudut berpelurus. Setelah itu, dia mampu menuliskan langkah-langkah yang ditempuh sehingga mendapatkan jawaban yang benar. Hal ini dapat dilihat juga dalam petikan wawancara antara peneliti dengan subjek SS₁ sebagai berikut:

P : Coba kamu baca soal nomor 2!

SS₁ 17 : Buktikan bahwa $\sin (150^\circ - \beta^\circ) + \sin (210^\circ + \beta^\circ) = 0$.

P : Apa yang ditanyakan dari soal tersebut?

SS₁ 18 : Membuktikan bahwa $\sin (150^\circ - \beta^\circ) + \sin (210^\circ + \beta^\circ) = 0$.

P : Apakah kamu paham yang ditanyakan soal tersebut?

SS₁ 19 : Paham. Disuruh membuktikan jika $\sin (150^\circ - \beta^\circ) + \sin (210^\circ + \beta^\circ)$ diselesaikan hasilnya sama dengan .

P : Rumus apa yang kamu gunakan untuk memulai langkah pertama dalam mengerjakan soal tersebut?

SS₁ 20 : $\sin (150^\circ - \beta^\circ)$ menggunakan rumus selisih dua sudut

$\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta$. Di soal $\alpha = 150^\circ$ dan $\beta = \beta^\circ$ kemudian saya masukan nilai α dan β ke rumus selisih dua sudut untuk diperoleh $\sin 150^\circ \cos \beta^\circ - \cos 150^\circ \sin \beta^\circ$. Selanjutnya $\sin (210^\circ + \beta^\circ)$ menggunakan rumus jumlah dua sudut $\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$. Di soal diketahui $\alpha = 210^\circ$ dan $\beta = \beta^\circ$. Kemudian saya masukan nilai α dan β ke rumus jumlah dua sudut untuk diperoleh $\sin 210^\circ \cos \beta^\circ + \cos 210^\circ \sin \beta^\circ$.

P : Bagaimana cara kamu menghitung nilai dari $\sin 150^\circ$, $\cos 150^\circ$, $\sin 210^\circ$ dan $\cos 210^\circ$?

SS₁ 21 : $\sin 150^\circ = \sin(180^\circ - 30^\circ)$ dan $\cos 150^\circ = \cos(180^\circ - 30^\circ)$,

$\sin 210^\circ = \sin(180^\circ + 30^\circ)$ dan $\cos 210^\circ = \cos(180^\circ + 30^\circ)$. Semuanya sudut berpelurus.

P : Bagaimana kamu mendapatkan $\sin 30^\circ \cos \beta^\circ$, $-\cos 30^\circ \sin \beta^\circ$, $-\sin 30^\circ \cos \beta^\circ$ dan $-\cos 30^\circ \sin \beta^\circ$?

SS₁ 22 : $\sin(180^\circ - 30^\circ)$ sudut berpelurus letaknya di kuadran II nilai di kuadran II positif, diperoleh $\sin 30^\circ$ dan $\cos(180^\circ - 30^\circ)$ juga sudut berpelurus letaknya di kuadran II, nilai di kuadran II negatif, diperoleh $-\cos 30^\circ$. Kemudian $\sin(180^\circ + 30^\circ)$ sama sudut berpelurus letaknya di kuadran III nilai di kuadran III negatif, diperoleh $-\sin 30^\circ$ dan $\cos(180^\circ + 30^\circ)$ juga sudut berpelurus letaknya di kuadran III nilai di kuadran III negatif, diperoleh $-\cos 30^\circ$.

P : Coba kamu lanjutkan penjelasan berikutnya!

SS₁ 23 : Selanjutnya mencari nilai $\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$ dan nilai $-\cos 30^\circ = -\frac{1}{2}\sqrt{3}$, kemudian nilai $-\sin 30^\circ = -\frac{1}{2}$ dan $-\cos 30^\circ = -\frac{1}{2}\sqrt{3}$. Kemudian dijumlahkan $\frac{1}{2}\cos \beta^\circ + \frac{1}{2}\sqrt{3}\sin \beta^\circ - \frac{1}{2}\cos \beta^\circ - \frac{1}{2}\sqrt{3}\sin \beta^\circ$ dan hasilnya terbukti.

P : Apakah kamu yakin?

SS₁ 24 : Yakin.

Berdasarkan tes tertulis dan petikan wawancara yang diungkapkan pada pernyataan SS₁ 18 sampai SS₁ 20 menunjukkan bahwa subjek SS₁ dapat memahami soal, karena di sini subjek dapat mengungkapkan apa yang ditanyakan dalam soal serta mengetahui konsep rumus trigonometri sinus selisih dan jumlah dua sudut. Pernyataan SS₁ 21 dan SS₁ 22, menunjukkan bahwa subjek SS₁ mampu membuat perencanaan penyelesaian dengan terlebih dahulu mencari nilai dan serta dan dengan mengaitkan konsep sudut berpelurus serta

mampu menjelaskan konsep sudut berpelurus yang dia pakai dalam perencanaan tersebut. Pernyataan SS₁ 23 menunjukkan bahwa subjek SS₁ mampu mencari nilai sudut istimewa dari dan serta dan . Setelah mengetahui dari nilai sudut istimewa tersebut dengan cara operasi penjumlahan dan pengurangan sehingga diperoleh jawaban yang benar.

Berdasarkan hasil tertulis dan kutipan wawancara di atas dapat disimpulkan bahwa subjek SS₁ mempunyai proses berpikir konseptual. Karena subjek SS₁ dalam menyelesaikan soal memenuhi indikator proses berpikir konseptual yaitu siswa mampu mengungkapkan apa yang ditanyakan dari soal (K1. 11), siswa mampu menjelaskan tentang konsep-konsep trigonometri yang terdapat pada soal (K1. 12), siswa mampu mengaitkan konsep yang pernah diterima sebelumnya (K1. 21), siswa mampu menjelaskan langkah-langkah yang ditempuh untuk menyelesaikan soal (K1. 22), siswa mampu menyelesaikan soal dengan menggunakan konsep-konsep yang telah dipelajari (K1. 31).

c. Soal nomor 3

Pada bagian ini akan disajikan deskripsi data proses berpikir subjek SS₁ dalam menyelesaikan soal nomor 3. Jawaban tertulis subjek SS₁ dalam menyelesaikan soal nomor 3 seperti pada gambar 4. 11 berikut:

3. $(\cos a - \cos b)^2 + (\sin a - \sin b)^2 = 2[1 - \cos(a-b)]$

$(\cos^2 a - 2\cos a \cos b + \cos^2 b) + (\sin^2 a - 2\sin a \sin b + \sin^2 b) = 2[1 - \cos(a-b)]$

$= (\cos^2 a - \cos a \cos b - \cos a \cos b + \cos^2 b) + (\sin^2 a - \sin a \sin b - \sin a \sin b + \sin^2 b) = 2[1 - \cos(a-b)]$

$= (\cos^2 a - 2\cos a \cos b + \cos^2 b) + (\sin^2 a - 2\sin a \sin b + \sin^2 b) = 2[1 - \cos(a-b)]$

$= \cos^2 a - 2\cos a \cos b + \cos^2 b + \sin^2 a - 2\sin a \sin b + \sin^2 b = 2[1 - \cos(a-b)]$

Gambar 4. 11. Jawaban SS₁ dalam Menyelesaikan Soal Nomor 3

Berdasarkan jawaban tertulis di atas dapat dikemukakan bahwa subjek SS₁ memahami soal, ini dapat dilihat dari dia menjabarkan dulu dari bentuk persamaan kuadrat kemudian mengalikannya. Subjek SA₁ mampu merencanakan penyelesaian dengan menggunakan konsep yang sudah pernah dia dapatkan sebelumnya yaitu tentang persamaan kuadrat sedangkan untuk identitas trigonometri dan rumus trigonometri cosinus selisih dua sudut subjek SS₁ tidak mengerti. Subjek tidak mampu menggunakan konsep-konsep yang di dapat sebelumnya dan tidak dapat menjelaskan konsep-konsep yang ada pada soal serta subjek tidak sepenuhnya mampu menjelaskan langkah-langkah yang ditempuh. Hal ini dapat dilihat juga dalam petikan wawancara antara peneliti dan subjek SS₁ sebagai berikut:

P : Coba kamu baca soal nomor 3!

SS₁ 27 : Buktikan bahwa $(\cos \alpha - \cos \beta)^2 + (\sin \alpha - \sin \beta)^2 = 2 [1 - \cos (\alpha - \beta)]$.

P : Apa yang ditanyakan dari soal tersebut?

SS₁ 28 : Membuktikan bahwa

$$(\cos \alpha - \cos \beta)^2 + (\sin \alpha - \sin \beta)^2 = 2 [1 - \cos (\alpha - \beta)]$$

P : Apakah kamu paham yang ditanyakan soal tersebut?

SS₁ 29 : Lumayan Paham. $(\cos \alpha - \cos \beta)^2 + (\sin \alpha - \sin \beta)^2$ harus dibuktikan agar hasilnya $2[1 - \cos(\alpha - \beta)]$, tapi saya tidak bisa menemukan jawabannya.

P : Bagaimana langkah pertama kamu dalam mengerjakan soal tersebut?

SS₁ 30 : $(\cos \alpha - \cos \beta)^2 + (\sin \alpha - \sin \beta)^2$ dijabarkan menjadi
 $(\cos \alpha - \cos \beta)(\cos \alpha - \cos \beta) + (\sin \alpha - \sin \beta)(\sin \alpha - \sin \beta)$.

P : Memangnya harus seperti itu?

SS₁ 31 : Iya. Supaya lebih mudah mengalikannya.

P : Apakah kamu masih ingat itu materi tentang apa?

SS₁ 32 : Ingat. Materi tentang persamaan kuadrat waktu kelas X.

P : Oh begitu, selanjutnya bagaimana menyelesaikannya?
Tolong jelaskan!

SS₁ 33 : $(\cos \alpha - \cos \beta)$ dikalikan $(\cos \alpha - \cos \beta)$ hasilnya
 $\cos^2 \alpha - 2 \cos \alpha \cos \beta + \cos^2 \beta$ ditambah $(\sin \alpha - \sin \beta)$ dikalikan $(\sin \alpha - \sin \beta)$
 hasilnya $\sin^2 \alpha - 2 \sin \alpha \sin \beta + \sin^2 \beta$ selanjutnya dijumlahkan hasilnya
 $\cos^2 \alpha - 2 \cos \alpha \cos \beta + \cos^2 \beta + \sin^2 \alpha - 2 \sin \alpha \sin \beta + \sin^2 \beta$.

P : Selanjutnya?

SS₁ 34 : Saya bingung dan tidak bisa menyelesaikannya lagi karena sudah tidak bisa diapa-apakan lagi.

P : Ya sudah.

Berdasarkan hasil tertulis dan petikan wawancara yang diungkapkan pada pernyataan SS₁ 28 dan SS₁ 29, menunjukkan bahwa subjek SS₁ dapat memahami soal, karena di sini subjek SS₁ dapat mengungkapkan apa yang ditanyakan dari soal serta dapat memahami konsep persamaan kuadrat yang dikaitkan dengan trigonometri. Pernyataan SS₁ 30 sampai SS₁ 33 menunjukkan bahwa subjek SS₁ dapat membuat perencanaan penyelesaian dengan baik yaitu dengan menjabarkan terlebih dahulu menjadi dan menjadi kemudian mengalikannya. Pernyataan SS₁ 34, menunjukkan bahwa subjek SS₁ tidak mampu mengaitkan konsep yang pernah dia terima sebelumnya mengenai identitas trigonometri yakni $\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha = 1$ dan $\cos^2 \beta + \sin^2 \beta = 1$ dan tidak mampu menjelaskan konsep identitas trigonometri yang digunakan dalam menyelesaikan soal tersebut dan tidak dapat melaksanakan penyelesaian karena belum mendapatkan ide yang jelas mengenai identitas trigonometri dan rumus kosinus selisih dua sudut serta tidak mampu melaksanakan langkah-langkah penyelesaian dengan konsep-konsep sebelumnya.

Berdasarkan hasil tertulis dan petikan wawancara di atas dapat disimpulkan bahwa subjek SS₁ cenderung mempunyai proses berpikir komputasional dalam menyelesaikan soal nomor 3. Karena subjek SS₁ dalam menyelesaikan soal nomor 3 memenuhi indikator proses berpikir konseptual yaitu siswa mampu mengungkapkan apa yang ditanyakan dari soal (K1. 11), siswa mampu menjelaskan tentang konsep-konsep trigonometri yang terdapat

pada soal (K1. 12), siswa tidak mampu mengaitkan dengan konsep yang pernah diterima sebelumnya (K3. 21), siswa tidak mampu menjelaskan langkah-langkah yang akan ditempuh untuk menyelesaikan soal (K3. 22) dan siswa menyelesaikan soal tidak menggunakan konsep-konsep yang telah dipelajari (K3. 31)

d. Soal nomor 4

Pada bagian ini akan disajikan deskripsi proses berpikir subjek SS₁ dalam menyelesaikan soal nomor 4. Jawaban tertulis subjek SS₁ dalam menyelesaikan soal nomor 4 seperti gambar 4. 12 berikut:

4. $\frac{\tan a + \tan \beta}{1 - \tan a \times \tan \beta} = \frac{\frac{1}{1-y} + \frac{1}{1+y}}{1 - \frac{1}{1-y} \times \frac{1}{1+y}}$ $\approx -2y^{-2}$

$\frac{\frac{1+y}{(1-y)(1+y)} + \frac{1-y}{(1-y)(1+y)}}{1 - \frac{1-y}{(1-y)(1+y)} \times \frac{1-y}{(1-y)(1+y)}}$ $\approx -2y^{-2}$

$\frac{\frac{2}{1-y^2}}{1 - \frac{1-y^2}{1-y^2}}$ $\approx -2y^{-2}$

$\frac{2}{1-y^2} \times \frac{1-y^2}{-y^2} \approx -2y^{-2}$

$\frac{2}{-y^2} \approx -2y^{-2}$

$\approx -2y^{-2} \approx -2y^{-2}$

$\tan a = \frac{1}{1-y}$
 $\tan \beta = \frac{1}{1+y}$
 $\tan(a+\beta) = ?$

Gambar 4. 12. Jawaban SS₁ dalam Menyelesaikan Soal Nomor 4

Berdasarkan jawaban tertulis di atas dapat dikemukakan bahwa subjek SS₁ dapat memahami soal, ini dapat dilihat dari kemampuan dia menuliskan apa yang diketahui dan ditanyakan dari soal dengan benar. Subjek SS₁ mampu menyelesaikan masalah dengan rencana penyelesaian dengan menggunakan apa yang telah diketahui dari soal dan menggunakan konsep rumus trigonometri untuk tangen jumlah dua sudut. Setelah melakukan perencanaan penyelesaian SS₁ menghitungnya dengan cara mengubah bentuk pembagian pecahan menjadi bentuk perkalian. Hal ini dapat dilihat juga dalam petikan wawancara antara peneliti dengan subjek SS₁ sebagai berikut:

P : Coba kamu baca soal nomor 4!

SS₁ 35 : Jika $\tan \alpha = \frac{1}{1-y}$ dan $\tan \beta = \frac{1}{1+y}$, buktikan bahwa

$$\tan(\alpha + \beta) = -2y^{-2}.$$

P : Apa yang diketahui dari soal tersebut?

SS₁ 36 : $\tan \alpha = \frac{1}{1-y}$ dan $\tan \beta = \frac{1}{1+y}$.

P : Apa yang ditanyakan dari soal tersebut?

SS₁ 37 : Buktikan bahwa $\tan(\alpha + \beta) = -2y^{-2}$.

P : Apakah kamu paham yang ditanyakan soal tersebut?

SS₁ 38 : Paham. Disuruh membuktikan $\tan(\alpha + \beta)$ supaya menghasilkan $-2y^{-2}$

P : Apa yang ada dipikiran kamu dalam merencanakan penyelesaian soal tersebut?

SS₁ 39 : $\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta}$.

P : Rumus apa yang kamu gunakan untuk langkah pertama itu?

SS₁ 40 : Rumus tangen jumlah dua sudut.

P : Setelah kamu menggunakan rumus tangen jumlah dua sudut bagaimana langkah selanjutnya?

SS₁ 41 : Saya masukan nilai $\tan \alpha = \frac{1}{1-y}$ dan $\tan \beta = \frac{1}{1+y}$ ke rumus tangen

$$\text{diperoleh } \frac{\left(\frac{1}{1-y}\right) + \left(\frac{1}{1+y}\right)}{1 - \left(\frac{1}{1-y}\right) \cdot \left(\frac{1}{1+y}\right)}.$$

P : Setelah itu bagaimana cara penyelesaiannya ?

SS₁ 42 : Dengan menyamakan dulu penyebutnya yang di atas diperoleh

$$\frac{1+y}{1-y^2} + \frac{1-y}{1-y^2} \text{ dan yang bagian bawah } \frac{1}{1-y} \text{ dikali } \frac{1}{1+y} \text{ hasilnya } \frac{1}{1-y^2}.$$

P : Coba kamu lanjutkan penjelasannya?

SS₁ 43 : Yang di atas dijumlahkan hasilnya $\frac{2}{1-y^2}$ dan yang di bawah disamakan

$$\text{dulu penyebutnya menjadi } \frac{1-y^2}{1-y^2} \text{ dikurang } \frac{1}{1-y^2}.$$

P : Oh begitu, langkah berikutnya coba kamu jelaskan!

SS₁ 44 : Karena penyebut yang dibawah sudah sama saya kurangkan diperoleh

$$\frac{-y^2}{1-y^2}.$$

P : Pada langkah berikutnya kenapa $\frac{2}{1-y^2}$ dikalikan dengan $\frac{1-y^2}{-y^2}$?

SS₁ 45 : Untuk membagi pada pecahan bisa saja diubah menjadi bentuk perkalian dengan menukar pembilang menjadi penyebut dan penyebut menjadi pembilang pada pengalinya.

P : Memangnya bisa seperti itu?

SS₁ 46 : Bisa. Itu kan materi SD sudah diajarkan.

P : Selanjutnya apa yang kamu lakukan?

SS₁ 47 : Mengalikan $\frac{2}{1-y^2}$ dengan $\frac{1-y^2}{-y^2}$ hasilnya $\frac{2}{-y^2}$.

P : Kenapa hasil akhirnya ?

SS₁ 48 : 2 dibagi -1 hasilnya -2 kemudian kalau jadi pembilang pangkatnya berubah menjadi negatif yaitu .

P : Apakah kamu pernah mendapatkan materi ini sebelumnya?

SS₁ 49 : Pernah pada materi aturan perpangkatan.

Berdasarkan tes tertulis dan petikan wawancara yang diungkapkan SS₁ 36 sampai SS₁ 38 menunjukkan bahwa subjek SS₁ dapat memahami soal, karena di sini subjek SS₁ dapat mengungkapkan apa yang diketahui dan ditanyakan dari soal. Pernyataan SS₁ 39 dan SS₁ 40 menunjukkan subjek SS₁ mengetahui konsep trigonometri yaitu rumus tangen jumlah dua sudut. Dalam merencanakan penyelesaian subjek SS₁ hanya memasukkan yang diketahui dari soal dengan menggunakan rumus tangen jumlah dua sudut dan dia operasikan sehingga

diperoleh hasilnya $\frac{2/\sqrt{1-y^2}}{\left(\frac{1-y^2}{\sqrt{1-y^2}}\right) - \left(\frac{1}{\sqrt{1-y^2}}\right)}$ sebagaimana dalam pernyataan SS₁ 41

sampai SS₁ 44. Pada pernyataan SS₁ 45 dan SS₁ 46 subjek SS₁ mampu mengaitkan konsep yang pernah dia pelajari sebelumnya yakni mengubah bentuk pembagian pecahan menjadi bentuk perkalian serta dapat menjelaskan langkah-langkah yang ditempuhnya. Setelah mengubah bentuk pembagian pecahan menjadi bentuk perkalian subjek SS₁ dapat memperoleh jawaban $\frac{2}{-y^2}$. Pernyataan SS₁ 48 dan SS₁ 49 menunjukkan bahwa subjek SS₁ dapat menyelesaikan soal dengan mengubah bentuk pangkat bulat positif menjadi pangkat bulat negatif sehingga memperoleh jawaban yang benar.

Berdasarkan hasil tertulis dan petikan wawancara di atas dapat disimpulkan bahwa subjek SS₁ mempunyai proses berpikir konseptual dalam menyelesaikan soal nomor 4. Karena subjek SS₁ dalam menyelesaikan soal nomor 4 memenuhi indikator proses berpikir konseptual yaitu siswa mampu mengungkapkan apa yang diketahui dan ditanyakan dari soal (K1. 11), siswa mampu menjelaskan tentang konsep-konsep trigonometri yang terdapat pada soal (K1. 12), siswa mampu mengaitkan dengan konsep yang pernah diterima (K1. 21), siswa mampu menjelaskan langkah-langkah yang akan ditempuh untuk menyelesaikan soal (K1. 22) dan siswa menyelesaikan soal dengan menggunakan konsep-konsep yang telah dipelajari (K1. 31).

Berikut kesimpulan keseluruhan dari proses berpikir yang dimiliki subjek SS₁.

Tabel 4. 6. Proses Berpikir Subjek SA₁

Soal	Proses Berpikir
1	Konseptual
2	Konseptual
3	Komputasional
4	Konseptual

4. Deskripsi dan Analisis Data Subjek SS₂ dari Kelompok Sedang

a. Soal nomor 1

Pada bagian ini akan disajikan deskripsi data proses berpikir subjek SS₁ dalam menyelesaikan soal nomor 1. Jawaban tertulis SS₁ dalam menyelesaikan soal nomor 1 seperti gambar 4. 13 berikut:

$$\begin{aligned}
 1. \quad & \sin(270^\circ - x^\circ) = -\cos x^\circ \\
 & \sin 270^\circ \cos x^\circ - \cos 270^\circ \sin x^\circ = -\cos x^\circ \\
 & \sin(180^\circ + 90^\circ) \cos x^\circ - \cos(180^\circ + 90^\circ) \sin x^\circ = -\cos x^\circ \\
 & -\sin 90^\circ \cos x^\circ - (-\cos 90^\circ) \sin x^\circ = -\cos x^\circ \\
 & -1 \cos x^\circ + 0 = -\cos x^\circ \\
 & -\cos x^\circ = -\cos x^\circ \\
 & // \text{ Terbukti}
 \end{aligned}$$

Gambar 4.13. Jawaban SS₂ dalam Menyelesaikan Soal Nomor 1

Berdasarkan jawaban tertulis di atas dapat dikemukakan bahwa SS₂ dapat memahami soal, ini dapat dilihat dari dia menuliskan konsep rumus trigonometri jumlah dan selisih dua sudut. Subjek SS₂ mampu menyelesaikan soal dengan merencanakan penyelesaian dengan menggunakan konsep yang sudah pernah dia dapatkan sebelumnya yaitu tentang sudut berpelurus. Setelah itu, dia mampu menuliskan langkah-langkah yang ditempuh sehingga mendapatkan jawaban yang benar. Hal ini dapat dilihat juga dalam petikan wawancara antara peneliti (P) dengan subjek SS₂ sebagai berikut:

- P : *Assalamu 'alaikum warahmatullahi wabarakatuh*
- SS₂ 1 : *Wa 'alaikum salam warahmatullahi wabarakatuh*
- P : Bagaimana kabarnya?
- SS₂ 2 : *Alhamdulillah* baik.
- P : Tolong perkenalkan nama kamu!
- SS₂ 3 : Nama DF dari kelas XI IPA 2.
- P : Masih ingat dengan soal yang dikerjakan kemarin?
- SS₂ 4 : Ingat.
- P : Apa yang pertama kali kamu lakukan ketika dikasih soal tersebut?
- SS₂ 5 : Memahaminya.
- P : Coba kamu baca soal nomor 1 tersebut!
- SS₂ 6 : Buktikan bahwa $\sin(270^\circ - x^\circ) = -\cos x^\circ$!
- P : Apa yang ditanyakan dari soal tersebut?
- SS₂ 7 : Membuktikan bahwa $\sin(270^\circ - x^\circ) = -\cos x^\circ$.
- P : Apakah kamu paham yang ditanyakan soal tersebut?
- SS₂ 8 : Paham Pa. $\sin(270^\circ - x^\circ)$ bila dioperasikan sampai akhir akan diperoleh $-\cos x^\circ$.
- P : Rumus apa yang kamu gunakan untuk memulai langkah pertama dalam mengerjakan soal tersebut?
- SS₂ 9 : Rumus sinus selisih dua sudut yaitu

$\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta$. Dengan $\alpha = 270^\circ$ dan $\beta = x^\circ$ maka saya ganti nilai α dan β sesuai yang diketahui ke rumus $\sin(\alpha - \beta)$ diperoleh $\sin(270^\circ - x^\circ) = \sin 270^\circ \cos x^\circ - \cos 270^\circ \sin x^\circ$.

P : Bagaimana cara kamu menghitung nilai dari dan ?

SS₂ 10 : $\sin = 270^\circ$ itu sama dengan $\sin(180^\circ + 90^\circ)$ dan $\cos = 270^\circ$ itu juga sama dengan $\cos(180^\circ + 90^\circ)$.

P : Itu materi tentang apa? Dan kelas berapa? Serta semester berapa?

SS₂ 11 : Kalaupun tidak salah materi dua sudut berpelurus. Kelas X. Semester 2.

P : Bagaimana kamu mendapatkan $-\sin 90^\circ$ dan $-\cos 90^\circ$?

SS₂ 12 : $\sin(180^\circ + 90^\circ)$ itu kan sudut berpelurus terletak di kuadran III, nilai di kuadran III negatif diperoleh $-\sin 90^\circ$ dan $\cos(180^\circ + 90^\circ)$ itu juga sudut berpelurus yang letaknya di kuadran III nilai di kuadran III adalah negatif diperoleh $-\cos 90^\circ$.

P : Apakah kamu juga bisa menghitung nilai $\tan 330^\circ$?

SS₂ 13 : *Insya Allah* bisa, $\tan 330^\circ$ itu sama dengan $\tan(270^\circ + 60^\circ) = -\cot 60^\circ = -\frac{1}{\sqrt{3}}$.

Karena $\tan 330^\circ$ itu letaknya di kuadran IV nilai tan negatif.

P : Apakah itu juga sudut berpelurus?

SS₂ 14 : Bukan itu sudut berkomplemen, komplemen dari sama dengan .

P : Coba kamu lanjutkan penjelasan berikutnya!

SS₂ 15 : Selanjutnya nilai $-\sin 90^\circ$ itu sama dengan dan nilai $-\cos 90^\circ$ itu sama dengan . Kemudian saya jumlahkan $-\cos x^\circ + 0$ diperoleh $-\cos x^\circ$.

P : Apakah kamu yakin?

SS₂ 16 : *Insya Allah* yakin.

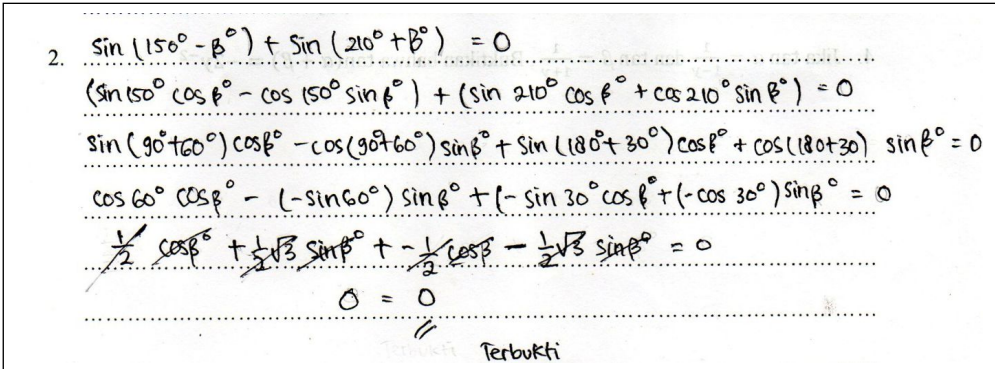
Berdasarkan tes tertulis dan petikan wawancara yang diungkapkan pada pernyataan SS₂ 7 sampai SS₂ 9 menunjukkan bahwa subjek SS₂ dapat memahami soal, karena di sini subjek dapat mengungkapkan apa yang ditanyakan dari soal serta mengetahui konsep rumus trigonometri sinus selisih dua sudut . Pernyataan SS₂ 10 sampai SS₂ 12, menunjukkan bahwa subjek SS₂ mampu membuat perencanaan penyelesaian dengan terlebih dahulu mencari nilai $\sin 270^\circ$ dan $\cos 270^\circ$ dengan mengaitkan konsep sudut berpelurus serta mampu menjelaskan konsep sudut berpelurus yang dia pakai dalam perencanaan tersebut. Untuk mengetahui dia benar-benar paham mengenai konsep yang telah dikaitkannya dalam merencanakan penyelesaian, peneliti memberikan 1 buah soal lagi. Pernyataan SS₂ 13 dan SS₂ 14 menunjukkan bahwa subjek SS₂ mampu menyelesaikan soal yang diberikan peneliti serta menjelaskannya. Pernyataan SS₂ 15 menunjukkan bahwa subjek SS₂ mampu mencari nilai sudut istimewa dari $-\sin 90^\circ$ dan $-\cos 90^\circ$. Setelah mengetahui dari nilai sudut istimewa tersebut dengan cara operasi penjumlahan sehingga diperoleh jawaban yang benar.

Berdasarkan hasil tertulis dan kutipan wawancara di atas dapat disimpulkan bahwa subjek SS₂ mempunyai proses berpikir konseptual. Karena

subjek SS₂ dalam menyelesaikan soal memenuhi indikator proses berpikir konseptual yaitu siswa mampu mengungkapkan apa yang ditanyakan dari soal (K1. 11), siswa mampu menjelaskan tentang konsep-konsep trigonometri yang terdapat pada soal (K1. 12), siswa mampu mengaitkan konsep yang pernah diterima sebelumnya (K1. 21), siswa mampu menjelaskan langkah-langkah yang ditempuh untuk menyelesaikan soal (K1. 22) dan siswa mampu menyelesaikan soal dengan menggunakan konsep-konsep yang telah dipelajari (K1. 31).

b. Soal nomor 2

Pada bagian ini akan disajikan deskripsi proses berpikir subjek SS₂ dalam menyelesaikan soal nomor 2. Jawaban tertulis subjek SS₂ dalam menyelesaikan soal nomor 2 seperti pada gambar 4. 14 berikut:



$$\begin{aligned}
 2. \quad & \sin(150^\circ - \beta) + \sin(210^\circ + \beta) = 0 \\
 & (\sin 150^\circ \cos \beta - \cos 150^\circ \sin \beta) + (\sin 210^\circ \cos \beta + \cos 210^\circ \sin \beta) = 0 \\
 & \sin(90^\circ + 60^\circ) \cos \beta - \cos(90^\circ + 60^\circ) \sin \beta + \sin(180^\circ + 30^\circ) \cos \beta + \cos(180^\circ + 30^\circ) \sin \beta = 0 \\
 & \cos 60^\circ \cos \beta - (-\sin 60^\circ) \sin \beta + (-\sin 30^\circ) \cos \beta + (-\cos 30^\circ) \sin \beta = 0 \\
 & \cancel{\frac{1}{2} \cos \beta} + \frac{1}{2} \sqrt{3} \sin \beta + \cancel{-\frac{1}{2} \cos \beta} - \frac{1}{2} \sqrt{3} \sin \beta = 0 \\
 & 0 = 0 \\
 & \text{Terbukti}
 \end{aligned}$$

Gambar 4. 14. Jawaban SS₂ dalam Menyelesaikan Soal Nomor 2

Berdasarkan jawaban tertulis di atas dapat dikemukakan bahwa SS₂ dapat memahami soal, ini dapat dilihat dari dia menuliskan konsep rumus trigonometri jumlah dan selisih dua sudut. Subjek SS₂ mampu menyelesaikan soal dengan merencanakan penyelesaian dengan menggunakan konsep yang sudah pernah dia

dapatkan sebelumnya yaitu tentang sudut berkomplemen dan berpelurus. Setelah itu, dia mampu menuliskan langkah-langkah yang ditempuh sehingga mendapatkan jawaban yang benar. Hal ini dapat dilihat juga dalam petikan wawancara antara peneliti dengan subjek SS₂ sebagai berikut:

P : Coba kamu baca soal nomor 2!

SS₂ 17 : Buktikan bahwa $\sin (150^\circ - \beta^\circ) + \sin (210^\circ + \beta^\circ) = 0$

P : Apa yang ditanyakan dari soal tersebut?

SS₂ 18 : Membuktikan bahwa $\sin (150^\circ - \beta^\circ) + \sin (210^\circ + \beta^\circ) = 0$.

P : Apakah kamu paham yang ditanyakan soal tersebut?

SS₂ 19 : Paham. $\sin (150^\circ - \beta^\circ) + \sin (210^\circ + \beta^\circ)$ harus dibuktikan supaya hasilnya .

P : Rumus apa yang kamu gunakan untuk memulai langkah pertama dalam mengerjakan soal tersebut?

SS₂ 20 : Kalau $\sin (150^\circ - \beta^\circ)$ menggunakan rumus sinus selisih dua sudut. Rumusnya $\sin (\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta$. Dengan $\alpha = 150^\circ$ dan $\beta = \beta^\circ$ diperoleh $\sin 150^\circ \cos \beta^\circ - \cos 150^\circ \sin \beta^\circ$. Dan yang $\sin (210^\circ + \beta^\circ)$ menggunakan rumus sinus jumlah dua sudut

$\sin (\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$. Dengan $\alpha = 150^\circ$ dan $\beta = \beta^\circ$ Diperoleh $\sin 210^\circ \cos \beta^\circ + \cos 210^\circ \sin \beta^\circ$.

P : Bagaimana cara kamu menghitung nilai dari $\sin 150^\circ$, $\cos 150^\circ$, $\sin 210^\circ$ dan $\cos 210^\circ$?

SS₂ 21 : Sama seperti soal nomor satu. $\sin 150^\circ = \sin(90^\circ + 60^\circ)$ dan $\cos 150^\circ = \cos(90^\circ + 60^\circ)$ kemudian yang $\sin 210^\circ = \sin(180^\circ + 30^\circ)$ dan $\cos 210^\circ = \cos(180^\circ + 30^\circ)$.

P : Bagaimana kamu mendapatkan $\cos 60^\circ$, $-\sin 60^\circ$, $-\sin 30^\circ$ dan $-\cos 30^\circ$?

SS₂ 22 : $\sin(90^\circ + 60^\circ)$ yaitu sudut berkomplemen yang letaknya di kuadran II, di kuadran II bernilai positif dan komplemen dari adalah maka diperoleh $\cos 60^\circ$. Selanjutnya $\cos(90^\circ + 60^\circ)$ juga sudut berkomplemen yang letaknya di kuadran II, di kuadran II bernilai negatif dan komplemen dari adalah makanya diperoleh $-\sin 60^\circ$. Kemudian $\sin(180^\circ + 30^\circ)$ merupakan sudut berpelurus letaknya di kuadran III, bernilai negatif diperoleh $-\sin 30^\circ$. Selanjutnya $\cos(180^\circ + 30^\circ)$ sama sudut berpelurus letaknya di kuadran III, bernilai negatif diperoleh $-\cos 30^\circ$.

P : Coba kamu lanjutkan penjelasan berikutnya!

SS₂ 23 : Selanjutnya saya mencari $\cos 60^\circ = \frac{1}{2}$ dan $-\sin 60^\circ = -\frac{1}{2}\sqrt{3}$. Yang

$-\sin 30^\circ = -\frac{1}{2}$ dan $-\cos 30^\circ = -\frac{1}{2}\sqrt{3}$. Kemudian saya jumlahkan

$\frac{1}{2}\cos\beta^\circ + \frac{1}{2}\sqrt{3}\sin\beta^\circ - \frac{1}{2}\cos\beta^\circ - \frac{1}{2}\sqrt{3}\sin\beta^\circ$ hasilnya dan terbukti.

P : Apakah kamu yakin?

SS₂ 24 : Yakin.

Berdasarkan tes tertulis dan petikan wawancara yang diungkapkan pada pernyataan SS₂ 18 sampai SS₂ 20 menunjukkan bahwa subjek SS₂ dapat

memahami soal, karena di sini subjek dapat mengungkapkan apa yang ditanyakan dari soal serta mengetahui konsep rumus trigonometri sinus selisih dan jumlah dua sudut. Pernyataan SS₂ 21 dan SS₂ 22, menunjukkan bahwa subjek SS₂ mampu membuat perencanaan penyelesaian dengan terlebih dahulu mencari nilai $\sin 150^\circ$ dan $\cos 150^\circ$ serta $\sin 210^\circ$ dan $\cos 210^\circ$ dengan mengaitkan konsep sudut berkomplemen dan berpelurus serta mampu menjelaskan konsep sudut berkomplemen dan berpelurus yang dia pakai dalam perencanaan tersebut. Pernyataan SS₂ 23 menunjukkan bahwa subjek SS₂ mampu mencari nilai sudut istimewa dari $\cos 60^\circ$ dan $-\sin 60^\circ$ serta $-\sin 30^\circ$ dan $-\cos 30^\circ$. Setelah mengetahui dari nilai sudut istimewa tersebut dengan cara operasi penjumlahan dan pengurangan sehingga diperoleh jawaban yang benar.

Berdasarkan hasil tertulis dan kutipan wawancara di atas dapat disimpulkan bahwa subjek SS₂ mempunyai proses berpikir konseptual. Karena subjek SS₂ dalam menyelesaikan soal memenuhi indikator proses berpikir konseptual yaitu siswa mampu mengungkapkan apa yang ditanyakan dari soal (K1. 11), siswa mampu menjelaskan tentang konsep-konsep trigonometri yang terdapat pada soal (K1. 12), siswa mampu mengaitkan konsep yang pernah diterima sebelumnya (K1. 21), siswa mampu menjelaskan langkah-langkah yang ditempuh untuk menyelesaikan soal (K1. 22) dan siswa mampu menyelesaikan soal dengan menggunakan konsep-konsep yang telah dipelajari (K1. 31).

c. Soal nomor 3

Pada bagian ini akan disajikan deskripsi data proses berpikir subjek SS₂ dalam menyelesaikan soal nomor 3. Jawaban tertulis subjek SS₂ dalam menyelesaikan soal nomor 3 seperti pada gambar 4. 15, berikut:

3. $(\cos \alpha - \cos \beta)^2 + (\sin \alpha - \sin \beta)^2 = 2 [1 - \cos(\alpha - \beta)]$

$(\cos \alpha - \cos \beta)(\cos \alpha - \cos \beta) + (\sin \alpha - \sin \beta)(\sin \alpha - \sin \beta) = 2 [1 - \cos(\alpha - \beta)]$

$(\cos^2 \alpha - \cos \alpha \cos \beta - \cos \alpha \cos \beta + \cos^2 \beta) + (\sin^2 \alpha - \sin \alpha \sin \beta - \sin \alpha \sin \beta + \sin^2 \beta) = 2 [1 - \cos(\alpha - \beta)]$

$(\cos^2 \alpha - 2 \cos \alpha \cos \beta + \cos^2 \beta) + (\sin^2 \alpha - 2 \sin \alpha \sin \beta + \sin^2 \beta) = 2 [1 - \cos(\alpha - \beta)]$

$\cos^2 \alpha - 2 \cos \alpha \cos \beta + \cos^2 \beta + \sin^2 \alpha - 2 \sin \alpha \sin \beta + \sin^2 \beta = 2 [1 - \cos(\alpha - \beta)]$

$\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha + \cos^2 \beta + \sin^2 \beta - 2 \cos \alpha \cos \beta - 2 \sin \alpha \sin \beta = 2 [1 - \cos(\alpha - \beta)]$

$1 + 1 - 2(\cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta) = 2 [1 - \cos(\alpha - \beta)]$

$2 - 2(\cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta) = 2 [1 - \cos(\alpha - \beta)]$

$2 - 2(\cos(\alpha - \beta)) = 2 [1 - \cos(\alpha - \beta)]$

$2 [1 - \cos(\alpha - \beta)] = 2 [1 - \cos(\alpha - \beta)]$

Gambar 4. 15. Jawaban SS₂ dalam Menyelesaikan Soal Nomor 3

Berdasarkan jawaban tertulis di atas dapat dikemukakan bahwa subjek SS₂ dapat memahami soal, ini dapat dilihat dari dia menjabarkan dulu dari bentuk persamaan kuadrat kemudian mengalikannya. Subjek SS₂ mampu merencanakan penyelesaian dengan menggunakan konsep yang sudah pernah dia dapatkan sebelumnya yaitu tentang persamaan kuadrat, identitas trigonometri dasar dan rumus trigonometri untuk kosinus selisih dua sudut. Setelah itu dia mampu menuliskan langkah-langkah yang ditempuh sehingga memperoleh jawaban yang benar. Hal ini dapat dilihat juga dalam petikan wawancara antara peneliti dengan subjek SS₂ sebagai berikut:

P : Coba kamu baca soal nomor 3!

SS₂ 25 : Buktikan bahwa $(\cos \alpha - \cos \beta)^2 + (\sin \alpha - \sin \beta)^2 = 2 [1 - \cos (\alpha - \beta)]$

P : Apa yang ditanyakan dari soal tersebut?

SS₂ 26 : Membuktikan bahwa

$$(\cos \alpha - \cos \beta)^2 + (\sin \alpha - \sin \beta)^2 = 2 [1 - \cos (\alpha - \beta)] .$$

P : Apakah kamu paham yang ditanyakan soal tersebut?

SS₂ 27 : Paham. Maksudnya itu jika $(\cos \alpha - \cos \beta)^2 + (\sin \alpha - \sin \beta)^2$ dioperasikan akan menghasilkan $2[1 - \cos(\alpha - \beta)]$.

P : Bagaimana langkah pertama kamu dalam mengerjakan soal tersebut?

SS₂ 28 : $(\cos \alpha - \cos \beta)^2 + (\sin \alpha - \sin \beta)^2$ bentuk dari persamaan kuadrat. $(\cos \alpha - \cos \beta)^2$ ini sama dengan $(\cos \alpha - \cos \beta)(\cos \alpha - \cos \beta)$ dan yang $(\sin \alpha - \sin \beta)^2 = (\sin \alpha - \sin \beta)(\sin \alpha - \sin \beta)$.

P : Oh begitu, selanjutnya bagaimana menyelesaikannya? Tolong jelaskan!

SS₂ 29 : Dari langkah yang pertama tadi $(\cos \alpha - \cos \beta)$ dikalikan $(\cos \alpha - \cos \beta)$ sehingga diperoleh $\cos^2 \alpha - 2\cos \alpha \cos \beta + \cos^2 \beta$ dan begitu juga $(\sin \alpha - \sin \beta)$ dikalikan $(\sin \alpha - \sin \beta)$ sehingga diperoleh $\sin^2 \alpha - 2\sin \alpha \sin \beta + \sin^2 \beta$. Setelah itu saya jumlahkan sehingga diperoleh $\cos^2 \alpha - 2\cos \alpha \cos \beta + \cos^2 \beta + \sin^2 \alpha - 2\sin \alpha \sin \beta + \sin^2 \beta$.

P : Setelah kamu jumlahkan kemudian kamu apakan?

SS₂ 30 : Saya kumpulkan yang sudutnya sama

$$\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha + \cos^2 \beta + \sin^2 \beta - 2\cos \alpha \cos \beta - 2\sin \alpha \sin \beta .$$

P : Untuk apa kamu mengumpulkan yang sudutnya sama itu?

SS₂ 31 : Karena $\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha = 1$ dan $\cos^2 \beta + \sin^2 \beta$ juga sama dengan .

P : Kamu tahu dari mana kalau $\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha = 1$ dan $\cos^2 \beta + \sin^2 \beta = 1$?

SS₂ 32 : Itu identitas trigonometri yang diperoleh dari hubungan teorema *Pythagoras*.

P : Apakah kamu pernah mendapatkan materi ini sebelumnya?

SS₂ 33 : Pernah. Ketika kelas X semester II.

P : Ya sudah kamu lanjutkan penjelasannya!

SS₂ 34 : Dari $-2 \cos \alpha \cos \beta - 2 \sin \alpha \sin \beta$ saya ubah menjadi
 $-2[\cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta]$ karena $-2[\cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta]$
 bila uraikan hasilnya $-2 \cos \alpha \cos \beta - 2 \sin \alpha \sin \beta$.

P : Dari $2 - 2[\cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta]$ menjadi $2 - 2[\cos(\alpha - \beta)]$ itu kamu apakan?

SS₂ 35 : $\cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta$ adalah rumus dari $\cos(\alpha - \beta)$.

P : Oh begitu, coba kamu lanjutkan lagi penjelasannya!

SS₂ 36 : Dari situ tadi saya sederhanakan menjadi $2[1 - \cos(\alpha - \beta)]$ dan terbukti.

Berdasarkan hasil tertulis dan petikan wawancara yang diungkapkan pada pernyataan SS₂ 27 sampai SS₂ 29, menunjukkan bahwa subjek SS₂ dapat memahami soal karena di sini subjek SS₂ dapat mengungkapkan apa yang ditanyakan dari soal serta dapat memahami konsep persamaan kuadrat yang dikaitkan dengan trigonometri. Pernyataan SS₂ 30, menunjukkan bahwa subjek SS₂ dapat membuat perencanaan penyelesaian dengan baik yaitu dengan

menjabarkan terlebih dahulu menjadi dan menjadi kemudian mengalikannya. Pernyataan SS₂ 31 sampai SS₂ 33, menunjukkan bahwa subjek SS₂ mampu mengaitkan konsep yang pernah dia terima sebelumnya mengenai identitas trigonometri yakni $\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha = 1$ dan $\cos^2 \beta + \sin^2 \beta = 1$ serta mampu menjelaskan konsep identitas trigonometri yang dia pakai dalam perencanaan tersebut. Pernyataan SS₂ 34 sampai SS₂ 36, menunjukkan bahwa subjek SS₂ dapat melaksanakan penyelesaian yaitu setelah mengaitkan dengan identitas trigonometri subjek SS₂ dengan mudah menemukan jawaban $2 - 2[\cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta]$. Setelah itu subjek SS₂ mengubah $2 - 2[\cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta]$ menjadi $2[1 - \cos(\alpha - \beta)]$ dengan menggunakan rumus cosinus selisih dua sudut dan sehingga memperoleh jawaban benar.

Berdasarkan hasil tertulis dan petikan wawancara di atas dapat disimpulkan bahwa subjek SS₂ mempunyai proses berpikir konseptual dalam menyelesaikan soal nomor 3. Karena subjek SS₂ dalam menyelesaikan soal nomor 3 memenuhi indikator proses berpikir konseptual yaitu siswa mampu mengungkapkan apa yang ditanyakan dari soal (K1. 11), siswa mampu menjelaskan tentang konsep-konsep trigonometri yang terdapat pada soal (K1. 12), siswa mampu mengaitkan dengan konsep yang pernah diterima (K1. 21), siswa mampu menjelaskan langkah-langkah yang akan ditempuh untuk menyelesaikan soal (K1. 22) dan siswa mampu menyelesaikan soal dengan menggunakan konsep-konsep yang telah dipelajari (K1. 31).

d. Soal nomor 4

Pada bagian ini akan disajikan deskripsi proses berpikir subjek SS₂ dalam menyelesaikan soal nomor 4. Jawaban tertulis subjek SS₂ dalam menyelesaikan soal nomor 4 seperti gambar 4. 16, berikut:

$$\begin{array}{l}
 4. \quad \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta} = -2y^{-2} \qquad \tan \alpha = \frac{1}{1-y} \\
 \frac{(1/1-y) + (1/1+y)}{1 - (1/1-y)(1/1+y)} = -2y^{-2} \qquad \tan \beta = \frac{1}{1+y} \\
 \frac{(1+y)/(1-y)(1+y) + (1-y)/(1+y)(1-y)}{1 - (1/1-y^2)} = -2y^{-2} \qquad \tan(\alpha + \beta) = -2y^{-2} \\
 \frac{2/(1-y)(1+y)}{(1-y^2/1-y^2) - (1/1-y^2)} = -2y^{-2} \\
 \frac{(2/1-y^2)}{(1-y^2/1-y^2)} = -2y^{-2} \\
 \frac{2}{1-y^2} \times \frac{1-y^2}{-y^2} = -2y^{-2} \\
 \frac{2}{-y^2} = -2y^{-2} \\
 -2y^{-2} = -2y^{-2}
 \end{array}$$

Gambar 4. 16. Jawaban SS₂ dalam Menyelesaikan Soal Nomor 4

Berdasarkan jawaban tertulis di atas dapat dikemukakan bahwa subjek SS₂ dapat memahami soal, ini dapat dilihat dari kemampuan dia menuliskan apa yang diketahui dan ditanyakan dari soal dengan benar. Subjek SS₂ mampu menyelesaikan masalah dengan rencana penyelesaian dengan menggunakan apa yang telah diketahui dari soal dan menggunakan konsep rumus trigonometri untuk tangen jumlah dua sudut. Setelah melakukan perencanaan penyelesaian SS₂ menghitungnya dengan cara mengubah bentuk pembagian pecahan menjadi bentuk perkalian. Hal ini dapat dilihat juga dalam petikan wawancara antara peneliti dengan subjek SS₂ sebagai berikut:

P : Coba kamu baca soal nomor 4!

SS₂ 37 : Jika $\tan \alpha = \frac{1}{1-y}$ dan $\tan \beta = \frac{1}{1+y}$, buktikan bahwa $\tan(\alpha + \beta) = -2y^{-2}$

P : Apa yang diketahui dari soal tersebut?

SS₂ 38 : $\tan \alpha = \frac{1}{1-y}$ dan $\tan \beta = \frac{1}{1+y}$.

P : Apa yang ditanyakan dari soal tersebut?

SS₂ 39 : Buktikan bahwa $\tan(\alpha + \beta) = -2y^{-2}$.

P : Apakah kamu paham yang ditanyakan soal tersebut?

SS₂ 40 : Paham. Maksudnya apabila $\tan(\alpha+\beta)$ dioperasikan akan menghasilkan $-2y^{-2}$.

P : Apa yang ada dipikiran kamu dalam merencanakan penyelesaian soal tersebut?

SS₂ 41 : Rumus dari $\tan(\alpha+\beta) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta}$.

P : Rumus apa yang kamu gunakan untuk langkah pertama itu?

SS₂ 42 : Rumus tangen jumlah dua sudut.

P : Setelah kamu menggunakan rumus tangen jumlah dua sudut bagaimana langkah selanjutnya?

SS₂ 43 : Saya masukkan nilai $\tan \alpha = \frac{1}{1-y}$ dan $\tan \beta = \frac{1}{1+y}$ ke rumus tan sehingga diperoleh $\frac{\left(\frac{1}{1-y}\right) + \left(\frac{1}{1+y}\right)}{1 - \left(\frac{1}{1-y}\right) \cdot \left(\frac{1}{1+y}\right)}$.

P : Setelah itu bagaimana cara penyelesaiannya?

SS₂ 44 : Untuk yang di atas saya samakan penyebutnya menjadi $\frac{1+y}{(1-y)(1+y)} + \frac{1-y}{(1+y)(1-y)}$ dan yang di bawah saya kalikan $\frac{1}{1-y}$ dengan $\frac{1}{1+y}$ diperoleh $\frac{1}{1-y^2}$.

P : Coba kamu lanjutkan penjelasannya?

SS₂ 45 : Kemudian yang di atas saya jumlahkan diperoleh $\frac{2}{(1-y)(1+y)}$ dan penyebutnya saya kalikan diperoleh $\frac{2}{1-y^2}$ setelah itu yang di bawah saya samakan penyebutnya menjadi $\frac{1-y^2}{1-y^2} - \frac{1}{1-y^2}$.

P : Oh begitu, langkah berikutnya coba kamu jelaskan!

SS₂ 46 : Yang dibawah saya operasikan hasilnya $\frac{-y^2}{1-y^2}$.

P : Pada langkah berikutnya kenapa $\frac{2}{1-y^2}$ dikalikan dengan $\frac{1-y^2}{-y^2}$?

SS₂ 47 : Ini kan pembagian pada pecahan jadi bisa saja dikali. Pada pengalinya penyebut dan pembilang ditukar.

P : Memangnya bisa seperti itu?

SS₂ 48 : Bisa.

P : Selanjutnya apa yang kamu lakukan?

SS₂ 49 : Ya saya kalikan $\frac{2}{1-y^2}$ dengan $\frac{1-y^2}{-y^2} = \frac{2}{-y^2}$.

P : Kenapa hasil akhirnya $-2y^{-2}$?

SS₂ 50 : Karena itu asalnya pembagian kemudian dibuat perkalian jadi pangkatnya negatif begitu juga sebaliknya.

P : Apakah kamu pernah mendapatkan materi ini sebelumnya?

SS₂ 51 : Pernah ketika kelas X.

Berdasarkan tes tertulis dan petikan wawancara yang diungkapkan SS₂ 38 sampai SS₂ 40 menunjukkan bahwa subjek SS₂ dapat memahami soal, karena di sini subjek SS₂ dapat mengungkapkan apa yang diketahui dan ditanyakan dari soal. Pernyataan SS₂ 41 dan SS₂ 42 menunjukkan subjek SS₂ mengetahui konsep trigonometri yaitu rumus tangen jumlah dua sudut. Dalam merencanakan penyelesaian subjek SS₂ hanya memasukkan yang diketahui dari soal dengan menggunakan rumus tangen jumlah dua sudut dan dia operasikan sehingga diperoleh hasilnya sebagaimana dalam pernyataan SS₂ 43 sampai SS₂ 46. Pada pernyataan SS₂ 47 dan SS₂ 48 subjek SS₂ mampu mengaitkan konsep yang pernah dia pelajari sebelumnya yakni mengubah bentuk pembagian pecahan menjadi bentuk perkalian serta dapat menjelaskan langkah-langkah yang ditempuhnya. Setelah mengubah bentuk pembagian pecahan menjadi bentuk perkalian subjek SS₂ dapat memperoleh jawaban . Pernyataan SS₂ 50 dan SS₂ 51 menunjukkan bahwa subjek SS₂ dapat menyelesaikan soal dengan menggunakan aturan perpangkatan sehingga memperoleh jawaban yang benar.

Berdasarkan hasil tertulis dan petikan wawancara di atas dapat disimpulkan bahwa subjek SS₂ mempunyai proses berpikir konseptual dalam menyelesaikan soal nomor 4. Karena subjek SS₂ dalam menyelesaikan soal nomor 4 memenuhi indikator proses berpikir konseptual yaitu siswa mampu mengungkapkan apa yang diketahui dan ditanyakan dari soal (K1. 11), siswa mampu menjelaskan tentang konsep-konsep trigonometri yang terdapat pada soal

(K1. 12), siswa mampu mengaitkan dengan konsep yang pernah diterima (K1. 21), siswa mampu menjelaskan langkah-langkah yang akan ditempuh untuk menyelesaikan soal (K1. 22) dan siswa mampu menyelesaikan soal dengan menggunakan konsep-konsep yang telah dipelajari (K1. 31).

Berikut kesimpulan keseluruhan dari proses berpikir yang dimiliki subjek SS₂.

Tabel 4. 7. Proses Berpikir Subjek SS₂

Soal	Proses Berpikir
1	Konseptual
2	Konseptual
3	Konseptual
4	Konseptual

5. Deskripsi dan Analisis Data Subjek SB₁ dari Kelompok Bawah

a. Soal nomor 1

Pada bagian ini akan disajikan deskripsi data proses berpikir subjek SB₁ dalam menyelesaikan soal nomor 1. Jawaban tertulis SB₁ dalam menyelesaikan soal nomor 1 seperti gambar 4. 17 berikut:

Handwritten mathematical derivation for $\sin(270^\circ - x^\circ) = -\cos x^\circ$:

$$\begin{aligned}
 1. \quad & \sin(270^\circ - x^\circ) = -\cos x^\circ \\
 \Leftrightarrow & (\sin 270^\circ \cdot \cos x^\circ) - (\cos 270^\circ \cdot \sin x^\circ) \\
 \Leftrightarrow & [(\sin 270^\circ - 0^\circ) \cos x^\circ] - [(\cos 270^\circ - 0^\circ) \cdot \sin x^\circ] \\
 \Leftrightarrow & (-\cos 0^\circ \cdot \cos x^\circ) - (-\sin 0^\circ \cdot \sin x^\circ) \\
 \Leftrightarrow & (-1 \cdot \cos x^\circ) - (-1 \cdot 0 \cdot \sin x^\circ) \\
 \Leftrightarrow & -\cos x^\circ + 0 \cdot \sin x^\circ \\
 \Leftrightarrow & -\cos x^\circ = -\cos x^\circ
 \end{aligned}$$

Gambar 4. 17. Jawaban SB₁ dalam Menyelesaikan Soal Nomor 1

Berdasarkan jawaban tertulis di atas dapat dikemukakan bahwa SB₁ dapat memahami soal, ini dapat dilihat dari dia menuliskan konsep rumus trigonometri jumlah dan selisih dua sudut. Subjek SB₁ mampu menyelesaikan soal dengan merencanakan penyelesaian dengan menggunakan konsep yang sudah pernah dia dapatkan sebelumnya yaitu tentang sudut berkomplemen. Setelah itu, dia mampu menuliskan langkah-langkah yang ditempuh sehingga mendapatkan jawaban yang benar. Hal ini dapat dilihat juga dalam petikan wawancara antara peneliti (P) dengan subjek SB₁ sebagai berikut:

P : *Assalamu 'alaikum warahmatullahi wabarakatuh*

SB₁ 1 : *Wa 'alaikum salam warahmatullahi wabarakatuh*

P : Bagaimana kabarnya?

SB₁ 2 : Baik.

P : Tolong perkenalkan nama kamu!

SB₁ 3 : Nama saya VJ kelas XI IPA 2.

P : Masih ingat dengan soal yang dikerjakan kemarin?

SB₁ 4 : Masih.

P : Apa yang pertama kali kamu lakukan ketika dikasih soal tersebut?

SB₁ 5 : Membaca dan memahaminya.

P : Coba kamu baca soal nomor 1 tersebut!

SB₁ 6 : Buktikan bahwa $\sin(270^\circ - x^\circ) = -\cos x^\circ$

P : Apa yang ditanyakan dari soal tersebut?

SB₁ 7 : Membuktikan bahwa $\sin(270^\circ - x^\circ) = -\cos x^\circ$.

P : Apakah kamu paham yang ditanyakan soal tersebut?

SB₁ 8 : Paham . $\sin(270^\circ - x^\circ)$ bila dioperasikan hasilnya $-\cos x^\circ$.

P : Rumus apa yang kamu gunakan untuk memulai langkah pertama dalam mengerjakan soal tersebut?

SB₁ 9 : Sinus selisih dua sudut $\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta$. Dari soal $\alpha = 270^\circ$ dan $\beta = x^\circ$ maka saya ganti α dan β sesuai dengan diketahui dari soal, menjadi

$$\sin(270^\circ - x^\circ) = \sin 270^\circ \cos x^\circ - \cos 270^\circ \sin x^\circ .$$

P : Bagaimana cara kamu menghitung nilai dari $\sin 270^\circ$ dan $\cos 270^\circ$?

SB₁ 10 : $\sin 270^\circ = \sin(270^\circ + 0^\circ)$ dan $\cos 270^\circ = \cos(270^\circ + 0^\circ)$.

P : Itu materi tentang apa? Dan kelas berapa? Serta semester berapa?

SB₁ 11 : Materi dua sudut berkomplemen. Kelas X. Semester 2.

P : Bagaimana kamu mendapatkan $-\cos 0^\circ$ dan $-\sin 0^\circ$?

SB₁ 12 : $\sin(270^\circ - 0^\circ)$ merupakan sudut berkomplemen yang letaknya di kuadran III, di kuadran III yang positif hanya dan sedangkan yang lainnya negatif makanya didapat $-\cos 0^\circ$ dan $\cos(270^\circ - 0^\circ)$ itu juga sudut berkomplemen yang letaknya di kuadran III, di kuadran III yang positif hanya dan sedangkan yang lainnya negatif makanya didapat $-\sin 0^\circ$.

P : Apakah kamu juga bisa menghitung nilai $\tan 330^\circ$?

SB₁ 13 : Sepertinya bisa, $\tan 330^\circ$ itu sama dengan $\tan(270^\circ + 60^\circ)$ yang letaknya di kuadran IV, di kuadran IV yang positif hanya dan sisanya negatif. Maka diperoleh $-\cot 60^\circ = -\frac{1}{3}\sqrt{3}$.

P : Apakah itu juga sudut berkomplemen?

SB₁ 14 : Ya sudut berkomplemen, komplemen dari .

P : Coba kamu lanjutkan penjelasan berikutnya!

SB₁ 15 : $-\cos 0^\circ = -1$ dan $-\sin 0^\circ = -0$. Setelah itu saya jumlahkan $-\cos x^\circ + 0 \sin x^\circ = -\cos x^\circ$.

P : Apakah kamu yakin?

SB₁ 16 : Yakin.

Berdasarkan tes tertulis dan petikan wawancara yang diungkapkan pada pernyataan SB₁ 7 sampai SB₁ 9 menunjukkan bahwa subjek SB₁ dapat memahami soal, karena di sini subjek dapat mengungkapkan apa yang ditanyakan dari soal serta mengetahui konsep rumus trigonometri sinus selisih

dua sudut. Pernyataan SB₁ 10 sampai SB₁ 12 menunjukkan bahwa subjek SB₁ mampu membuat perencanaan penyelesaian dengan terlebih dahulu mencari nilai $\sin 270^\circ$ dan $\cos 270^\circ$ dengan mengaitkan konsep sudut berkomplemen serta mampu menjelaskan konsep sudut berkomplemen yang dia pakai dalam perencanaan tersebut. Untuk mengetahui dia benar-benar paham mengenai konsep yang telah dikaitkannya dalam merencanakan penyelesaian, peneliti memberikan 1 buah soal lagi. Pernyataan SB₁ 13 dan SB₁ 14 menunjukkan bahwa subjek SB₁ mampu menyelesaikan soal yang diberikan peneliti serta menjelaskan mengenai sudut berkomplemen. Pernyataan SB₁ 15 menunjukkan bahwa subjek SB₁ mampu mencari nilai sudut istimewa dari $-\cos 0^\circ$ dan $\sin 0^\circ$. Setelah mengetahui dari nilai sudut istimewa tersebut dengan cara operasi pengurangan sehingga diperoleh jawaban yang benar.

Berdasarkan hasil tertulis dan kutipan wawancara di atas dapat disimpulkan bahwa subjek SB₁ mempunyai proses berpikir konseptual. Karena subjek SB₁ dalam menyelesaikan soal memenuhi indikator proses berpikir konseptual yaitu siswa mampu mengungkapkan apa yang ditanyakan dari soal (K1. 11), siswa mampu menjelaskan tentang konsep-konsep trigonometri yang terdapat pada soal (K1. 12), siswa mampu mengaitkan konsep yang pernah diterima sebelumnya (K1. 21), siswa mampu menjelaskan langkah-langkah yang ditempuh untuk menyelesaikan soal (K1. 22) dan siswa mampu menyelesaikan soal dengan menggunakan konsep-konsep yang telah dipelajari (K1. 31).

b. Soal nomor 2

Pada bagian ini akan disajikan deskripsi proses berpikir subjek SB₁ dalam menyelesaikan soal nomor 2. Jawaban tertulis subjek SB₁ dalam menyelesaikan soal nomor 2 seperti pada gambar 4. 18 berikut:

$$\begin{aligned}
 2. \quad & \sin(150^\circ - \beta^\circ) + \sin(210^\circ + \beta^\circ) = 0 \\
 \Leftrightarrow & [(\sin 150^\circ \cdot \cos \beta^\circ) - (\cos 150^\circ \cdot \sin \beta^\circ)] + [(\sin 210^\circ \cdot \cos \beta^\circ) + (\cos 210^\circ \cdot \sin \beta^\circ)] \\
 \Leftrightarrow & [(\sin(180^\circ - 30^\circ) \cdot \cos \beta^\circ) - (\cos(180^\circ - 30^\circ) \cdot \sin \beta^\circ)] + [(\sin(270^\circ - 60^\circ) \cdot \cos \beta^\circ) + (\cos(270^\circ - 60^\circ) \cdot \sin \beta^\circ)] \\
 \Leftrightarrow & [(\sin 30^\circ \cdot \cos \beta^\circ) - (-\cos 30^\circ \cdot \sin \beta^\circ)] + [(-\cos 60^\circ \cdot \cos \beta^\circ) + (-\sin 60^\circ \cdot \sin \beta^\circ)] \\
 \Leftrightarrow & \left[\left(\frac{1}{2} \cdot \cos \beta^\circ \right) - \left(-\frac{1}{2}\sqrt{3} \cdot \sin \beta^\circ \right) \right] + \left[\left(-\frac{1}{2} \cdot \cos \beta^\circ \right) + \left(-\frac{1}{2}\sqrt{3} \cdot \sin \beta^\circ \right) \right] \\
 \Leftrightarrow & \frac{1}{2} \cos \beta^\circ + \frac{1}{2}\sqrt{3} \sin \beta^\circ - \frac{1}{2} \cos \beta^\circ - \frac{1}{2}\sqrt{3} \sin \beta^\circ \\
 \Leftrightarrow & 0
 \end{aligned}$$

Gambar 4. 18. Jawaban SB₁ dalam Menyelesaikan Soal Nomor 2

Berdasarkan jawaban tertulis di atas dapat dikemukakan bahwa SB₁ dapat memahami soal, ini dapat dilihat dari dia menuliskan konsep rumus trigonometri jumlah dan selisih dua sudut. Subjek SB₁ mampu menyelesaikan soal dengan

merencanakan penyelesaian dengan menggunakan konsep yang sudah pernah dia dapatkan sebelumnya yaitu tentang sudut berpelurus berkomplemen dan. Setelah itu, dia mampu menuliskan langkah-langkah yang ditempuh sehingga mendapatkan jawaban yang benar. Hal ini dapat dilihat juga dalam petikan wawancara antara peneliti dengan subjek SB₁ sebagai berikut:

P : Coba kamu baca soal nomor 2!

SB₁ 17 : Buktikan bahwa $\sin (150^\circ - \beta^\circ) + \sin (210^\circ + \beta^\circ) = 0$

P : Apa yang ditanyakan dari soal tersebut?

SB₁ 18 : Membuktikan bahwa $\sin (150^\circ - \beta^\circ) + \sin (210^\circ + \beta^\circ) = 0$.

P : Apakah kamu paham yang ditanyakan soal tersebut?

SB₁ 19 : Paham. Sama seperti soal nomor satu. $\sin (150^\circ - \beta^\circ) + \sin (210^\circ + \beta^\circ)$ bila dioperasikan hasilnya sama dengan .

P : Rumus apa yang kamu gunakan untuk memulai langkah pertama dalam mengerjakan soal tersebut?

SB₁ 20 : $\sin (150^\circ - \beta^\circ)$ menggunakan rumus sinus selisih dua sudut

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta \quad . \quad \alpha = 150^\circ \quad \text{dan} \quad \beta = \beta^\circ \quad \text{sehingga menjadi}$$

$$\sin 150^\circ \cos \beta^\circ - \cos 150^\circ \sin \beta^\circ .$$

Yang $\sin (210^\circ + \beta^\circ)$ ini menggunakan rumus sinus jumlah dua sudut

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta \quad . \quad \alpha = 210^\circ \quad \text{dan} \quad \beta = \beta^\circ \quad . \quad \text{Sehingga menjadi}$$

$$\sin 210^\circ \cos \beta^\circ + \cos 210^\circ \sin \beta^\circ .$$

P : Bagaimana cara kamu menghitung nilai dari $\sin 150^\circ$, $\cos 150^\circ$, $\sin 210^\circ$ dan $\cos 210^\circ$?

SB₁ 21 : $\sin 150^\circ = \sin(180^\circ - 30^\circ)$ dan $\cos 150^\circ = \cos(180^\circ - 30^\circ)$, kemudian yang $\sin 210^\circ = \sin(270^\circ - 60^\circ)$ dan $\cos 210^\circ = \cos(270^\circ - 60^\circ)$.

P : Bagaimana kamu mendapatkan $\sin 30^\circ$, $-\cos 30^\circ$, $-\cos 60^\circ$ dan $-\sin 60^\circ$?

SB₁ 22 : $\sin(180^\circ - 30^\circ)$ merupakan sudut berpelurus yang letaknya di kuadran II, di kuadran II yang positif hanya dan sedangkan sisanya negatif makanya diperoleh $\sin 30^\circ$ selanjutnya $\cos(180^\circ - 30^\circ)$ juga sudut berpelurus yang letaknya di kuadran II, di kuadran II yang positif hanya dan sedangkan sisanya negatif makanya diperoleh $-\cos 30^\circ$. Selanjutnya $\sin(270^\circ - 60^\circ)$ merupakan sudut berkomplemen letaknya di kuadran III, di kuadran III yang positif hanya dan sedangkan sisanya negatif dan komplemen dari adalah makanya diperoleh $-\cos 60^\circ$ selanjutnya $\cos(270^\circ - 60^\circ)$ sama sudut berkomplemen letaknya di kuadran III, di kuadran III yang positif cuma dan sedangkan sisanya negatif dan komplemen dari adalah makanya diperoleh $-\sin 60^\circ$.

P : Coba kamu lanjutkan penjelasan berikutnya!

SB₁ 23 : $-\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$ dan $-\cos 30^\circ = \frac{1}{2}\sqrt{3}$ selanjutnya $-\cos 60^\circ = -\frac{1}{2}$ dan

$-\sin 60^\circ = -\frac{1}{2}\sqrt{3}$. Kemudian saya jumlahkan dengan mencoret yang

sama $\frac{1}{2}\cos\beta^\circ + \frac{1}{2}\sqrt{3}\sin\beta^\circ - \frac{1}{2}\cos\beta^\circ - \frac{1}{2}\sqrt{3}\sin\beta^\circ$ diperoleh dan terbukti.

P : Apakah kamu yakin?

SB₁ 24 : Yakin.

Berdasarkan tes tertulis dan petikan wawancara yang diungkapkan pada pernyataan SB₁ 18 sampai SB₁ 20 menunjukkan bahwa subjek SB₁ dapat memahami soal, karena di sini subjek dapat mengungkapkan apa yang ditanyakan dari soal serta mengetahui konsep rumus trigonometri sinus selisih dan jumlah dua sudut. Pernyataan SB₁ 21 dan SB₁ 22, menunjukkan bahwa subjek SB₁ mampu membuat perencanaan penyelesaian dengan terlebih dahulu mencari nilai $\sin 150^\circ$ dan $\cos 150^\circ$ serta $\sin 210^\circ$ dan $\cos 210^\circ$ dengan mengaitkan konsep sudut berpelurus dan berkomplemen serta mampu menjelaskan konsep sudut berpelurus dan berkomplemen yang dia pakai dalam perencanaan tersebut. Pernyataan SB₁ 23 menunjukkan bahwa subjek SB₁ mampu mencari nilai sudut istimewa dari $\sin 30^\circ$ dan $-\cos 30^\circ$ serta $-\cos 60^\circ$ dan $-\sin 60^\circ$. Setelah mengetahui dari nilai sudut istimewa tersebut dengan cara operasi penjumlahan dan pengurangan sehingga diperoleh jawaban yang benar.

Berdasarkan hasil tertulis dan kutipan wawancara di atas dapat disimpulkan bahwa subjek SB₁ mempunyai proses berpikir konseptual. Karena subjek SB₁ dalam menyelesaikan soal memenuhi indikator proses berpikir konseptual yaitu siswa mampu mengungkapkan apa yang ditanyakan dari soal (K1. 11), siswa mampu menjelaskan tentang konsep-konsep trigonometri yang terdapat pada soal (K1. 12), siswa mampu mengaitkan konsep yang pernah diterima sebelumnya (K1. 21), siswa mampu menjelaskan langkah-langkah yang

ditempuh untuk menyelesaikan soal (K1. 22) dan siswa mampu menyelesaikan soal dengan menggunakan konsep-konsep yang telah dipelajari (K1. 31).

c. Soal nomor 3

Pada bagian ini akan disajikan deskripsi data proses berpikir subjek SB₁ dalam menyelesaikan soal nomor 3. Jawaban tertulis subjek SB₁ dalam menyelesaikan soal nomor 3 seperti pada gambar 4. 19, berikut:

$$\begin{aligned}
 & 3. (\cos \alpha - \cos B)^2 + (\sin \alpha - \sin B)^2 = 2 [1 - \cos (\alpha - B)] \\
 & (\cos \alpha - \cos B)(\cos \alpha - \cos B) + (\sin \alpha - \sin B)(\sin \alpha - \sin B) \\
 & (\cos^2 \alpha - \cos \alpha \cdot \cos B - \cos \alpha \cdot \cos B + \cos^2 B) + (\sin^2 \alpha - \sin \alpha \cdot \sin B - \sin \alpha \cdot \sin B + \sin^2 B) \\
 & (\cos^2 \alpha - 2 \cos \alpha \cos B + \cos^2 B) + (\sin^2 \alpha - 2 \sin \alpha \sin B + \sin^2 B) \\
 & (1 - \sin^2 \alpha) - 2 \cos \alpha \cos B + (1 - \sin^2 B) + (1 - \cos^2 \alpha) - 2 \sin \alpha \sin B + (1 - \cos^2 B) \\
 & [(1 - \sin^2 \alpha) + (1 - \cos^2 \alpha)] + [(1 - \sin^2 B) + (1 - \cos^2 B)] - 2 \cos \alpha \cos B - 2 \sin \alpha \sin B \\
 & (2 - \sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha) + (2 - \sin^2 B - \cos^2 B) - 2(\cos \alpha \cos B + \sin \alpha \sin B) \\
 & 2 - (\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha) + 2 - (\sin^2 B + \cos^2 B) - 2(\cos \alpha \cos B + \sin \alpha \sin B) \\
 & (2 - 1) + (2 - 1) - 2(\cos \alpha \cos B + \sin \alpha \sin B) \\
 & 1 + 1 - 2 \cos (\alpha - B) \\
 & 2 - 2 \cos (\alpha - B) \\
 & 2 [1 - \cos (\alpha - B)]
 \end{aligned}$$

Gambar 4. 19. Jawaban SB₁ dalam Menyelesaikan Soal Nomor 3

Berdasarkan jawaban tertulis di atas dapat dikemukakan bahwa subjek SB₁ dapat memahami soal, ini dapat dilihat dari dia menjabarkan dulu dari bentuk persamaan kuadrat kemudian mengalikannya. Subjek SB₁ mampu merencanakan penyelesaian dengan menggunakan konsep yang sudah pernah dia dapatkan sebelumnya yaitu tentang persamaan kuadrat, identitas trigonometri dasar dan rumus trigonometri untuk cosinus selisih dua sudut. Setelah itu dia

mampu menuliskan langkah-langkah yang ditempuh sehingga memperoleh jawaban yang benar. Hal ini dapat dilihat juga dalam petikan wawancara antara peneliti dengan subjek SB₁ sebagai berikut:

P : Coba kamu baca soal nomor 3!

SB₁ 25 : Buktikan bahwa $(\cos \alpha - \cos \beta)^2 + (\sin \alpha - \sin \beta)^2 = 2 [1 - \cos (\alpha - \beta)]$

P : Apa yang ditanyakan dari soal tersebut?

SB₁ 26 : Membuktikan bahwa

$$(\cos \alpha - \cos \beta)^2 + (\sin \alpha - \sin \beta)^2 = 2 [1 - \cos (\alpha - \beta)] .$$

P : Apakah kamu paham dengan yang ditanyakan soal tersebut?

SB₁ 27 : Paham. Bila $(\cos \alpha - \cos \beta)^2 + (\sin \alpha - \sin \beta)^2$ dioperasikan hasilnya

$$2[1 - \cos(\alpha - \beta)] .$$

P : Bagaimana langkah pertama kamu dalam mengerjakan soal tersebut?

SB₁ 28 : $(\cos \alpha - \cos \beta)^2 + (\sin \alpha - \sin \beta)^2$ saya uraikan menjadi

$$(\cos \alpha - \cos \beta)(\cos \alpha - \cos \beta) + (\sin \alpha - \sin \beta)(\sin \alpha - \sin \beta) .$$

P : Memangnya bisa seperti itu?

SB₁ 29 : Bisa.

P : Itu materi tentang apa?

SB₁ 30 : Persamaan kuadrat.

P : Apakah kamu sudah pernah mendapatkan materi ini sebelumnya?

SB₁ 31 : Pernah. Ketika kelas X.

P : Oh begitu, selanjutnya bagaimana menyelesaikannya? Tolong jelaskan!

SB₁ 32 : $(\cos \alpha - \cos \beta)$ dikalikan $(\cos \alpha - \cos \beta)$ diperoleh

$\cos^2 \alpha - 2 \cos \alpha \cos \beta + \cos^2 \beta$ ditambah $(\sin \alpha - \sin \beta)$ dikalikan $(\sin \alpha - \sin \beta)$ diperoleh $\sin^2 \alpha - 2 \sin \alpha \sin \beta + \sin^2 \beta$ dan hasilnya diperoleh $(\cos^2 \alpha - 2 \cos \alpha \cos \beta + \cos^2 \beta) + (\sin^2 \alpha - 2 \sin \alpha \sin \beta + \sin^2 \beta)$.

P : Yang $(1 - \sin^2 \alpha)$, $(1 - \sin^2 \beta)$, $(1 - \cos^2 \alpha)$ dan $(1 - \cos^2 \beta)$ kamu dapat dari mana?

SB₁ 33 : $(1 - \sin^2 \alpha)$ diperoleh dari identitas trigonometri $\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha = 1$ sehingga

$\cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha$, begitu juga dengan $(1 - \sin^2 \beta)$ diperoleh dari $\cos^2 \beta + \sin^2 \beta = 1$ sehingga $\cos^2 \beta = 1 - \sin^2 \beta$, kemudian $(1 - \cos^2 \alpha)$ diperoleh dari $\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha = 1$ sehingga $\sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha$, begitu juga dengan $(1 - \cos^2 \beta)$ diperoleh dari $\cos^2 \beta + \sin^2 \beta = 1$ sehingga $\sin^2 \beta = 1 - \cos^2 \beta$.

P : Apakah kamu pernah mendapatkan materi ini sebelumnya?

SB₁ 34 : Pernah. Ketika kelas X semester II.

P : Ya sudah kamu lanjutkan penjelasannya!

SB₁ 35 : Kemudian saya kumpulkan yang sudutnya sama, setelah itu saya jumlahkan sehingga hasilnya $(2 - \sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha) + (2 - \sin^2 \beta - \cos^2 \beta)$. Yang

$-2 \cos \alpha \cos \beta - 2 \sin \alpha \sin \beta$ saya ubah menjadi

$-2(\cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta)$.

P : Langkah selanjutnya kamu apakah?

SB₁ 36: $(2 - \sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha)$ saya ubah menjadi $2 - (\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha)$. Begitu juga $(2 - \sin^2 \beta - \cos^2 \beta)$ saya ubah menjadi $2 - (\sin^2 \beta + \cos^2 \beta)$.

P : Oh begitu, kemudian yang $(2 - 1)$ ini dapat darimana?

SB₁ 37: $\sin^2 \beta + \cos^2 \beta = 1$. Ini sama yang di atas identitas trigonometri dari hubungan *Pythagoras*. Nah, dari itu tadi diperoleh $2 - 2 \cos(\alpha - \beta)$.

P : Itu kenapa berubah menjadi $-2 \cos(\alpha - \beta)$?

SB₁ 38: Dari yang di dalam kurung itukan rumus dari cosinus selisih dua sudut maka menjadi .

P : Oh begitu, coba kamu lanjutkan lagi penjelasannya!

SB₁ 39: Dari $2 - 2 \cos(\alpha - \beta)$ saya sederhanakan menjadi $2[1 - \cos(\alpha - \beta)]$ dan terbukti.

Berdasarkan hasil tertulis dan petikan wawancara yang diungkapkan pada pernyataan SB₁ 27 sampai SB₁ 31 menunjukkan bahwa subjek SB₁ dapat memahami soal karena di sini subjek SB₁ dapat mengungkapkan apa yang ditanyakan dari soal serta dapat memahami konsep persamaan kuadrat yang dikaitkan dengan trigonometri. Pernyataan SB₁ 32, menunjukkan bahwa subjek SB₁ dapat membuat perencanaan penyelesaian dengan baik yaitu dengan menjabarkan terlebih dahulu $(\cos \alpha - \cos \beta)^2$ menjadi $(\cos \alpha - \cos \beta)(\cos \alpha - \cos \beta)$ dan $(\sin \alpha - \sin \beta)^2$ menjadi kemudian mengalikannya. Pernyataan SB₁ 33, dan SB₁ 34, menunjukkan bahwa subjek SB₁ mampu mengaitkan konsep yang pernah dia terima sebelumnya mengenai identitas trigonometri dan dengan terlebih dahulu

mengubah α dan β dan γ , serta mampu menjelaskan konsep identitas trigonometri yang dia pakai dalam perencanaan tersebut. Pernyataan SB₁ 35 sampai SB₁ 39 menunjukkan bahwa subjek SB₁ dapat melaksanakan penyelesaian yaitu setelah mengaitkan dengan identitas trigonometri subjek SB₁ dengan mudah menemukan jawaban $(2-1)+(2-1)-2[\cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta]$. Setelah itu subjek SB₁ menjumlahkan $(2-1)+(2-1)=1+1=2$ dan mengubah menjadi 2 dengan menggunakan rumus cosinus selisih dua sudut dan menyederhanakannya, sehingga memperoleh jawaban benar.

Berdasarkan hasil tertulis dan petikan wawancara di atas dapat disimpulkan bahwa subjek SB₁ mempunyai proses berpikir konseptual dalam menyelesaikan soal nomor 3. Karena subjek SB₁ dalam menyelesaikan soal nomor 3 memenuhi indikator proses berpikir konseptual yaitu siswa mampu mengungkapkan apa yang ditanyakan dari soal (K1. 11), siswa mampu menjelaskan tentang konsep-konsep trigonometri yang terdapat pada soal (K1. 12), siswa mampu mengaitkan dengan konsep yang pernah diterima (K1. 21), siswa mampu menjelaskan langkah-langkah yang akan ditempuh untuk menyelesaikan soal (K1. 22) dan siswa mampu menyelesaikan soal dengan konsep-konsep yang telah dipelajari (K1. 31).

d. Soal nomor 4

Pada bagian ini akan disajikan deskripsi proses berpikir subjek SB₁ dalam menyelesaikan soal nomor 4. Jawaban tertulis subjek SB₁ dalam menyelesaikan soal nomor 4 seperti gambar 4. 20, berikut:

$$\begin{aligned}
 & 4. \tan \alpha = \frac{1}{1-y} \quad , \quad \tan \beta = \frac{1}{1+y} \quad , \quad \tan(\alpha+\beta) = -2y^2 \\
 & = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \cdot \tan \beta} \\
 & = \frac{\frac{1}{1-y} + \frac{1}{1+y}}{1 - \left(\frac{1}{1-y} \cdot \frac{1}{1+y}\right)} \\
 & = \frac{(1+y) + (1-y)}{(1-y)(1+y)} \\
 & = \frac{1}{(1-y)(1+y)} \\
 & = \frac{2}{(1-y)(1+y)} \\
 & = \frac{(1-y)(1+y)}{(1-y)(1+y)} - \frac{1}{(1-y)(1+y)} \\
 & = \frac{2}{(1-y)(1+y)} \cdot \frac{(1-y)(1+y)-1}{(1-y)(1+y)} \\
 & = \frac{2}{(1-y)(1+y)} \times \frac{(1-y)(1+y)}{(1-y)(1+y)-1} \\
 & = \frac{2}{(1-y)(1+y)-1} \\
 & = \frac{2}{1+y-y-y^2-x} \\
 & = \frac{2}{-y^2} \\
 & = -2y^{-2}
 \end{aligned}$$

Gambar 4. 20. Jawaban SB₁ dalam Menyelesaikan Soal Nomor 4

Berdasarkan jawaban tertulis di atas dapat dikemukakan bahwa subjek SB₁ dapat memahami soal, ini dapat dilihat dari kemampuan dia menuliskan apa

yang diketahui dan ditanyakan dari soal dengan benar. Subjek SB₁ mampu menyelesaikan masalah dengan rencana penyelesaian dengan menggunakan apa yang telah diketahui dari soal dan menggunakan konsep rumus trigonometri untuk tangen jumlah dua sudut. Setelah melakukan perencanaan penyelesaian SB₁ menghitungnya dengan cara mengubah bentuk pembagian pecahan menjadi bentuk perkalian. Hal ini dapat dilihat juga dalam petikan wawancara antara peneliti dengan subjek SB₁ sebagai berikut:

P : Coba kamu baca soal nomor 4!

SB₁ 40 : Jika $\tan \alpha = \frac{1}{1-y}$ dan $\tan \beta = \frac{1}{1+y}$, buktikan bahwa

$$\tan(\alpha + \beta) = -2y^{-2}.$$

P : Apa yang diketahui dari soal tersebut?

SB₁ 41 : $\tan \alpha = \frac{1}{1-y}$ dan $\tan \beta = \frac{1}{1+y}$.

P : Apa yang ditanyakan dari soal tersebut?

SB₁ 42 : Buktikan bahwa $\tan(\alpha + \beta) = -2y^{-2}$.

P : Apakah kamu paham yang ditanyakan soal tersebut?

SB₁ 43 : Paham. Bila $\tan(\alpha + \beta)$ dioperasikan diperoleh $-2y^{-2}$.

P : Apa yang ada dipikiran kamu dalam merencanakan penyelesaian soal tersebut?

SB₁ 44 : Saya tulis dulu rumus dari $\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta}$.

P : Rumus apa yang kamu gunakan untuk langkah pertama itu?

SB₁ 45 : Rumus tangen jumlah dua sudut.

P : Setelah kamu menggunakan rumus tangen jumlah dua sudut bagaimana langkah selanjutnya?

SB₁ 46 : Saya ganti nilai $\tan \alpha = \frac{1}{1-y}$ dan $\tan \beta = \frac{1}{1+y}$ ke rumus awal diperoleh

$$\frac{\frac{1}{1-y} + \frac{1}{1+y}}{1 - \frac{1}{1-y} \cdot \frac{1}{1+y}} .$$

P : Setelah itu bagaimana cara penyelesaiannya ?

SB₁ 47 : Yang di atas disamakan dulu penyebutnya diperoleh $\frac{(1+y) + (1-y)}{(1-y)(1+y)}$

dan yang di bawah $\frac{1}{1-y}$ dikali $\frac{1}{1+y}$ diperoleh $\frac{1}{(1-y)(1+y)}$.

P : Coba kamu lanjutkan penjelasannya?

SB₁ 48 : Yang di atas dijumlahkan diperoleh $\frac{2}{(1-y)(1+y)}$ dan yang di bawah

disamakan penyebutnya menjadi $\frac{(1-y)(1+y)}{(1-y)(1+y)}$ dikurang $\frac{1}{(1-y)(1+y)}$.

P : Oh begitu, langkah berikutnya coba kamu jelaskan!

SB₁ 49 : Karena itu operasi pembagian pada pecahan bisa saja kan dibagi diubah menjadi dikali tapi penyebutnya di atas dan pembilangnya di bawah sehingga menjadi $\frac{2}{(1-y)(1+y)} \times \frac{(1-y)(1+y)}{(1-y)(1+y)-1}$.

P : Selanjutnya kamu apakan?

SB₁ 50 : Saya coret sehingga sisanya $\frac{2}{(1-y)(1+y)-1}$. Selanjutnya penyebutnya saya uraikan sehingga diperoleh $\frac{2}{1+y-y-y^2-1}$ dan hasilnya menjadi $\frac{2}{1-y^2}$.

P : Kenapa hasil akhirnya $-2y^{-2}$?

SB₁ 51 : Pakai aturan perpangkatan yang $\frac{1}{a^n} = a^{-n}$ sehingga $\frac{2}{-y^2}$ menjadi $-2y^{-2}$

P : Apakah kamu pernah mendapatkan materi ini sebelumnya?

SB₁ 52 : Pernah. Ketika kelas X.

Berdasarkan tes tertulis dan petikan wawancara yang diungkapkan SB₁ 41 sampai SB₁ 43 menunjukkan bahwa subjek SB₁ dapat memahami soal, karena di sini subjek SB₁ dapat mengungkapkan apa yang diketahui dan ditanyakan dari soal. Pernyataan SB₁ 44 dan SB₁ 45 menunjukkan subjek SB₁ mengetahui konsep trigonometri yaitu rumus tangen jumlah dua sudut. Dalam merencanakan penyelesaian subjek SB₁ hanya memasukkan yang diketahui dari soal dengan menggunakan rumus tangen jumlah dua sudut dan dia operasikan sehingga

diperoleh hasilnya $\frac{\frac{2}{(1-y)(1+y)}}{\frac{(1-y)(1+y)}{(1-y)(1+y)} - \frac{1}{(1-y)(1+y)}}$ sebagaimana dalam pernyataan SB₁ 46

sampai SB₁ 48. Pada pernyataan SB₁ 49 dan SB₁ 50, menunjukkan bahwa subjek SB₁ mampu mengaitkan konsep yang pernah dia pelajari sebelumnya yakni mengubah bentuk pembagian pecahan menjadi bentuk perkalian serta dapat menjelaskan langkah-langkah yang ditempuhnya. Setelah mengubah bentuk

pembagian pecahan menjadi bentuk perkalian subjek SB₁ dapat memperoleh jawaban $\frac{2}{-y^2}$. Pernyataan SB₁ 51, dan SB₁ 52 menunjukkan bahwa subjek SB₁

dapat menyelesaikan soal dengan menggunakan aturan perpangkatan $\frac{1}{a^n} = a^{-n}$

sehingga memperoleh jawaban yang benar.

Berdasarkan hasil tertulis dan petikan wawancara di atas dapat disimpulkan bahwa subjek SB₁ mempunyai proses berpikir konseptual dalam menyelesaikan soal nomor 4. Karena subjek SB₁ dalam menyelesaikan soal nomor 4 memenuhi indikator proses berpikir konseptual yaitu siswa mampu mengungkapkan apa yang diketahui dan ditanyakan dari soal (K1. 11), siswa mampu menjelaskan tentang konsep-konsep trigonometri yang terdapat pada soal (K1. 12), siswa mampu mengaitkan dengan konsep yang pernah diterima (K1. 21), siswa mampu menjelaskan langkah-langkah yang akan ditempuh untuk menyelesaikan soal (K1. 22) dan siswa mampu menyelesaikan soal dengan menggunakan konsep-konsep yang telah dipelajari (K1. 31).

Berikut kesimpulan keseluruhan dari proses berpikir yang dimiliki subjek SB₁.

Tabel 4. 8. Proses Berpikir Subjek SB₁

Soal	Proses Berpikir
1	Konseptual
2	Konseptual
3	Konseptual

4	Konseptual
---	------------

6. Deskripsi dan Analisis Data Subjek SS₂ dari Kelompok Bawah

a. Soal nomor 1

Pada bagian ini akan disajikan deskripsi data proses berpikir subjek SB₂ dalam menyelesaikan soal nomor 1. Jawaban tertulis SB₂ dalam menyelesaikan soal nomor 1 seperti gambar 4. 21, berikut:

$$\begin{aligned}
 1. \quad & \sin(270^\circ - x^\circ) = -\cos x^\circ \\
 & \sin 270^\circ \cos x^\circ - \cos 270^\circ \sin x^\circ = -\cos x^\circ \\
 & \sin(270^\circ + 0^\circ) \cos x^\circ - \cos(270^\circ + 0^\circ) \sin x^\circ = -\cos x^\circ \\
 & -\cos 0^\circ \cos x^\circ - \sin 0^\circ \sin x^\circ = -\cos x^\circ \\
 & -1 \cos \cos x^\circ - 0 \sin x^\circ = -\cos x^\circ \\
 & -\cos \cos x^\circ - 0 = -\cos x^\circ \\
 & -\cos x^\circ = -\cos x^\circ \\
 & \text{(Terbukti)}
 \end{aligned}$$

Gambar 4. 21. Jawaban SB₂ dalam Menyelesaikan Soal Nomor 1

Berdasarkan jawaban tertulis di atas dapat dikemukakan bahwa SB₂ dapat memahami soal, ini dapat dilihat dari dia menuliskan konsep rumus trigonometri jumlah dan selisih dua sudut. Subjek SB₂ mampu menyelesaikan soal dengan merencanakan penyelesaian dengan menggunakan konsep yang sudah pernah dia dapatkan sebelumnya yaitu tentang sudut berkomplemen. Setelah itu, dia mampu menuliskan langkah-langkah yang ditempuh sehingga mendapatkan jawaban yang benar. Hal ini dapat dilihat juga dalam petikan wawancara antara peneliti (P) dengan subjek SB₂ sebagai berikut:

P : *Assalamu'alaikum warahmatullahi wabarakatuh*

SB₂ 1 : *Wa'alaikum salam warahmatullahi wabarakatuh*

P : Bagaimana kabarnya?

SB₂ 2 : Baik.

P : Tolong perkenalkan nama kamu!

SB₂ 3 : Nama saya HH dari kelas XI IPA 2.

P : Masih ingat dengan soal yang dikerjakan kemarin?

SB₂ 4 : Masih ingat.

P : Apa yang pertama kali kamu lakukan ketika dikasih soal tersebut?

SB₂ 5 : Memahaminya.

P : Coba kamu baca soal nomor 1 tersebut!

SB₂ 6 : Buktikan bahwa $\sin(270^\circ - x^\circ) = -\cos x^\circ$.

P : Apa yang ditanyakan dari soal tersebut?

SB₂ 7 : Membuktikan bahwa $\sin(270^\circ - x^\circ) = -\cos x^\circ$.

P : Apakah kamu paham yang ditanyakan soal tersebut?

SB₂ 8 : Paham. $\sin(270^\circ - x^\circ)$ harus dibuktikan supaya hasilnya $-\cos x^\circ$.

P : Rumus apa yang kamu gunakan untuk memulai langkah pertama dalam mengerjakan soal tersebut?

SB₂ 9 : Rumus $\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta$. $\alpha = 270^\circ$ dan $\beta = x^\circ$ maka saya masukkan α dan β sesuai yang diketahui ke rumus $\sin(\alpha - \beta)$ diperoleh $\sin(270^\circ - x^\circ) = \sin 270^\circ \cos x^\circ - \cos 270^\circ \sin x^\circ$.

P : Yang rumus $\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta$ itu dinamakan dengan rumus apa?

SB₂ 10 : Rumus sin selisih dua sudut.

P : Bagaimana cara kamu menghitung nilai dari $\sin = 270^\circ$ dan $\cos = 270^\circ$?

SB₂ 11 : $\sin = 270^\circ$ itu saya pecah menjadi $\sin(270^\circ + 0^\circ)$ dan $\cos = 270^\circ$ itu juga saya pecah menjadi $\cos(270^\circ + 0^\circ)$.

P : Memangnya kenapa harus kamu pecah?

SB₂ 12 : Saya tidak tahu nilai $\sin = 270^\circ$ dan $\cos = 270^\circ$ makanya saya pecah dulu. Setelah saya pecah menjadi $\sin(270^\circ + 0^\circ)$ dan $\cos(270^\circ + 0^\circ)$ maka dengan mudah saya dapatkan $\sin(270^\circ + 0^\circ) = -\cos 0^\circ$ dan $\cos(270^\circ + 0^\circ) = \sin 0^\circ$.

P : Itu materi tentang apa? Dan kelas berapa? Serta semester berapa?

SB₂ 13 : Seingat saya materi dua sudut berkomplemen. Kelas X. Semester 2.

P : Bagaimana kamu mendapatkan $-\cos 0^\circ$ dan $\sin 0^\circ$?

SB₂ 14 : $\sin(270^\circ + 0^\circ)$ kan terletak di kuadran IV, nilai di kuadran IV negatif, karena komplemen dari adalah maka diperoleh $-\cos 0^\circ$ dan $\cos(270^\circ + 0^\circ)$ itu juga terletak di kuadran IV, nilai cos di kuadran IV positif, karena komplemen dari cos adalah maka diperoleh $\sin 0^\circ$.

P : Apakah kamu juga bisa menghitung nilai $\tan 330^\circ$?

SB₂ 15: $\tan 330^\circ$ itu bisa dipecah menjadi $\tan(270^\circ + 60^\circ)$. Letaknya di kuadran IV, nilai di kuadran IV adalah negatif dan komplemen dari adalah maka diperoleh $-\cot 60^\circ = -\frac{1}{3}\sqrt{3}$.

P : Coba kamu lanjutkan penjelasan berikutnya!

SB₂ 16: Selanjutnya nilai $-\cos 0^\circ$ itu sama dengan -1 dan nilai $\sin 0^\circ = 0$. Kemudian saya operasikan diperoleh dan terbukti

P : Apakah kamu yakin?

SB₂ 17: Ya, yakin.

Berdasarkan tes tertulis dan petikan wawancara yang diungkapkan pada pernyataan SB₂ 7 sampai SB₂ 10, menunjukkan bahwa subjek SB₂ dapat memahami soal, karena di sini subjek dapat mengungkapkan apa yang ditanyakan dari soal serta mengetahui konsep rumus trigonometri sinus selisih dua sudut. Pernyataan SB₂ 11 sampai SB₂ 14 menunjukkan bahwa subjek SB₂ mampu membuat perencanaan penyelesaian dengan terlebih dahulu mencari nilai $\sin 270^\circ$ dan $\cos 270^\circ$ dengan mengaitkan konsep sudut berkomplemen serta mampu menjelaskan konsep sudut berkomplemen yang dia pakai dalam perencanaan tersebut. Untuk mengetahui dia benar-benar paham mengenai konsep yang telah dikaitkannya dalam merencanakan penyelesaian, peneliti memberikan 1 buah soal lagi. Pernyataan SB₂ 15 menunjukkan bahwa subjek SB₂ mampu menyelesaikan soal yang diberikan peneliti serta menjelaskan mengenai sudut berkomplemen. Pernyataan SB₂ 16 menunjukkan bahwa subjek

SB₂ mampu mencari nilai sudut istimewa dari $-\cos 0^\circ$ dan $\sin 0^\circ$. Setelah mengetahui dari nilai sudut istimewa tersebut dengan cara operasi pengurangan sehingga diperoleh jawaban yang benar.

Berdasarkan hasil tertulis dan kutipan wawancara di atas dapat disimpulkan bahwa subjek SB₂ mempunyai proses berpikir konseptual. Karena subjek SB₂ dalam menyelesaikan soal memenuhi indikator proses berpikir konseptual yaitu siswa mampu mengungkapkan apa yang ditanyakan dari soal (K1. 11), siswa mampu menjelaskan tentang konsep-konsep trigonometri yang terdapat pada soal (K1. 12), siswa mampu mengaitkan konsep yang pernah diterima sebelumnya (K1. 21), siswa mampu menjelaskan langkah-langkah yang ditempuh untuk menyelesaikan soal (K1. 22) dan siswa mampu menyelesaikan soal dengan menggunakan konsep-konsep yang telah dipelajari (K1. 31).

b. Soal nomor 2

Pada bagian ini akan disajikan deskripsi proses berpikir subjek SB₂ dalam menyelesaikan soal nomor 2. Jawaban tertulis subjek SB₂ dalam menyelesaikan soal nomor 2 seperti pada gambar 4. 22, berikut:

Handwritten solution for problem 2:

$$2. \sin(150^\circ - \beta) + \sin(210^\circ + \beta) = 0$$

$$(\sin 150^\circ \cos \beta - \cos 150^\circ \sin \beta) + (\sin 210^\circ \cos \beta + \cos 210^\circ \sin \beta) = 0$$

$$\sin(90^\circ + 60^\circ) \cos \beta - \cos(90^\circ + 60^\circ) \sin \beta + \sin(270^\circ - 60^\circ) \cos \beta + \cos(270^\circ - 60^\circ) \sin \beta = 0$$

$$(\cos 60^\circ \cos \beta - (-\sin 60^\circ \sin \beta)) - \cos 60^\circ \cos \beta - \sin 60^\circ \sin \beta = 0$$

$$\frac{1}{2} \cos \beta + \frac{1}{2} \sqrt{3} \sin \beta - \frac{1}{2} \cos \beta - \frac{1}{2} \sqrt{3} \sin \beta = 0$$

hasilnya 0 (terbukti)

Gambar 4. 22. Jawaban SB₂ dalam Menyelesaikan Soal Nomor 2

Berdasarkan jawaban tertulis di atas dapat dikemukakan bahwa SB₂ dapat memahami soal, ini dapat dilihat dari dia menuliskan konsep rumus trigonometri jumlah dan selisih dua sudut. Subjek SB₂ mampu menyelesaikan soal dengan merencanakan penyelesaian dengan menggunakan konsep yang sudah pernah dia dapatkan sebelumnya yaitu tentang sudut berkomplemen. Setelah itu, dia mampu menuliskan langkah-langkah yang ditempuh sehingga mendapatkan jawaban yang benar. Hal ini dapat dilihat juga dalam petikan wawancara antara peneliti dengan subjek SB₂ sebagai berikut:

P : Coba kamu baca soal nomor 2!

SB₂ 18 : Buktikan bahwa $\sin (150^\circ - \beta^\circ) + \sin (210^\circ + \beta^\circ) = 0$

P : Apa yang ditanyakan dari soal tersebut?

SB₂ 19 : Membuktikan bahwa $\sin (150^\circ - \beta^\circ) + \sin (210^\circ + \beta^\circ) = 0$

P : Apakah kamu paham yang ditanyakan soal tersebut?

SB₂ 20 : Paham. $\sin (150^\circ - \beta^\circ) + \sin (210^\circ + \beta^\circ)$ harus dibuktikan supaya hasilnya .

P : Rumus apa yang kamu gunakan untuk memulai langkah pertama dalam mengerjakan soal tersebut?

SB₂ 21 : Kalau $\sin (150^\circ - \beta^\circ)$ menggunakan rumus sinus selisih dua sudut.

Rumusnya $\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta$. Dengan $\alpha = 150^\circ$ dan $\beta = \beta^\circ$ diperoleh $\sin 150^\circ \cos \beta^\circ - \cos 150^\circ \sin \beta^\circ$.

Dan yang $\sin(210^\circ + \beta^\circ)$ menggunakan rumus sinus jumlah dua sudut $\sin(\alpha + \beta) = \sin\alpha \cos\beta + \cos\alpha \sin\beta$. Dengan $\alpha = 210^\circ$ dan $\beta = \beta^\circ$. Diperoleh $\sin 210^\circ \cos \beta^\circ + \cos 210^\circ \sin \beta^\circ$.

P : Bagaimana cara kamu menghitung nilai dari $\sin 150^\circ$, $\cos 150^\circ$, $\sin 210^\circ$ dan $\cos 210^\circ$?

SB₂ 22 : Sama seperti soal nomor satu. $\sin 150^\circ$ dipecah menjadi $\sin(90^\circ + 60^\circ)$ dan $\cos 150^\circ$ dipecah menjadi $\cos(90^\circ + 60^\circ)$, kemudian yang $\sin 210^\circ = \sin(270^\circ - 60^\circ)$ dan $\cos 210^\circ = \cos(270^\circ - 60^\circ)$.

P : Bagaimana kamu mendapatkan $\cos 60^\circ$, $-\sin 60^\circ$, $-\cos 60^\circ$ dan $-\sin 60^\circ$?

SB₂ 23 : $\sin(90^\circ + 60^\circ)$ yaitu sudut berkomplemen yang letaknya di kuadran II, di kuadran II bernilai positif dan komplemen dari adalah maka diperoleh $\cos 60^\circ$.

Selanjutnya $\cos(90^\circ + 60^\circ)$ juga sudut berkomplemen yang letaknya di kuadran II, di kuadran II bernilai negatif dan komplemen dari adalah makanya diperoleh $-\sin 60^\circ$. Kemudian $\sin(270^\circ - 60^\circ)$ merupakan sudut berkomplemen letaknya di kuadran III, bernilai negatif dan komplemen dari adalah maka diperoleh $-\cos 60^\circ$. Selanjutnya $\cos(270^\circ - 60^\circ)$ sama sudut berkomplemen letaknya di kuadran III, di kuadran III bernilai negatif dan komplemen dari adalah makanya diperoleh $-\sin 60^\circ$.

P : Coba kamu lanjutkan penjelasan berikutnya!

SB₂ 24: Selanjutnya saya tinggal mencari $\cos 60^\circ = \frac{1}{2}$ dan $-\sin 60^\circ = -\frac{1}{2}\sqrt{3}$ selanjutnya $-\cos 60^\circ = -\frac{1}{2}$ dan $-\sin 60^\circ = -\frac{1}{2}\sqrt{3}$. Kemudian saya jumlahkan $\frac{1}{2}\cos\beta^\circ + \frac{1}{2}\sqrt{3}\sin\beta^\circ - \frac{1}{2}\cos\beta^\circ - \frac{1}{2}\sqrt{3}\sin\beta^\circ$ hasilnya dan terbukti.

P : Apakah kamu yakin?

SB₂ 25: Yakin.

Berdasarkan tes tertulis dan petikan wawancara yang diungkapkan pada pernyataan SB₂ 19 sampai SB₂ 21 menunjukkan bahwa subjek SB₂ dapat memahami soal, karena di sini subjek dapat mengungkapkan apa yang ditanyakan dari soal serta mengetahui konsep rumus trigonometri sinus selisih dan jumlah dua sudut. Pernyataan SB₂ 22 dan SB₂ 23, menunjukkan bahwa subjek SB₂ mampu membuat perencanaan penyelesaian dengan terlebih dahulu mencari nilai $\sin 150^\circ$ dan $\cos 150^\circ$ serta $\sin 210^\circ$ dan $\cos 210^\circ$ dengan mengaitkan konsep sudut berkomplemen serta mampu menjelaskan konsep sudut berkomplemen yang dia pakai dalam perencanaan tersebut. Pernyataan SB₂ 24 menunjukkan bahwa subjek SB₂ mampu mencari nilai sudut istimewa dari $\cos 60^\circ$ dan $-\sin 60^\circ$ serta $-\cos 60^\circ$ dan $-\sin 60^\circ$. Setelah mengetahui dari nilai sudut istimewa tersebut dengan cara operasi penjumlahan dan pengurangan sehingga diperoleh jawaban yang benar.

Berdasarkan hasil tertulis dan kutipan wawancara di atas dapat disimpulkan bahwa subjek SB₂ mempunyai proses berpikir konseptual. Karena

subjek SB₂ dalam menyelesaikan soal memenuhi indikator proses berpikir konseptual yaitu siswa mampu mengungkapkan apa yang ditanyakan dari (K1. 11), siswa mampu menjelaskan tentang konsep-konsep trigonometri yang terdapat pada soal (K1. 12), siswa mampu mengaitkan konsep yang pernah diterima sebelumnya (K1. 21), siswa mampu menjelaskan langkah-langkah yang ditempuh untuk menyelesaikan soal (K1. 22) dan siswa mampu menyelesaikan soal dengan menggunakan konsep-konsep yang telah dipelajari (K1. 31).

c. Soal nomor 3

Pada bagian ini akan disajikan deskripsi data proses berpikir subjek SB₂ dalam menyelesaikan soal nomor 3. Jawaban tertulis subjek SB₂ dalam menyelesaikan soal nomor 3 seperti pada gambar 4. 23, berikut:

$$\begin{aligned}
 3. & (\cos \alpha - \cos \beta)^2 + (\sin \alpha - \sin \beta)^2 = 2[1 - \cos(\alpha - \beta)] \\
 & = (\cos \alpha - \cos \beta)(\cos \alpha - \cos \beta) + (\sin \alpha - \sin \beta)(\sin \alpha - \sin \beta) \\
 & = (\cos^2 \alpha - \cos \alpha \cos \beta - \cos \alpha \cos \beta + \cos^2 \beta) + (\sin^2 \alpha - \sin \alpha \sin \beta - \sin \alpha \sin \beta + \sin^2 \beta) \\
 & = \cos^2 \alpha - 2 \cos \alpha \cos \beta + \cos^2 \beta + \sin^2 \alpha - 2 \sin \alpha \sin \beta + \sin^2 \beta \\
 & = \underbrace{\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha}_{1} + \underbrace{\cos^2 \beta + \sin^2 \beta}_{1} - 2 \cos \alpha \cos \beta - 2 \sin \alpha \sin \beta \\
 & = 1 + 1 - 2 \cos \alpha \cos \beta - 2 \sin \alpha \sin \beta \\
 & = 2 - 2(\cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta) \\
 & = 2 - 2(\cos(\alpha - \beta)) \\
 & = 2[1 - \cos(\alpha - \beta)] \quad \text{terbukti}
 \end{aligned}$$

Gambar 4. 23. Jawaban SB₂ dalam Menyelesaikan Soal Nomor 3

Berdasarkan jawaban tertulis di atas dapat dikemukakan bahwa subjek SB₂ dapat memahami soal, ini dapat dilihat dari dia menjabarkan dulu dari bentuk persamaan kuadrat kemudian mengalikannya. Subjek SB₂ mampu merencanakan penyelesaian dengan menggunakan konsep yang sudah pernah dia dapatkan sebelumnya yaitu tentang persamaan kuadrat, identitas trigonometri dasar dan rumus trigonometri untuk kosinus selisih dua sudut. Setelah itu dia mampu menuliskan langkah-langkah yang ditempuh sehingga memperoleh jawaban yang benar. Hal ini dapat dilihat juga dalam petikan wawancara antara peneliti dengan subjek SB₂ sebagai berikut:

P : Coba kamu baca soal nomor 3!

SB₂ 26: Buktikan bahwa $(\cos \alpha - \cos \beta)^2 + (\sin \alpha - \sin \beta)^2 = 2[1 - \cos(\alpha - \beta)]$

P : Apa yang ditanyakan dari soal tersebut?

SB₂ 27: Membuktikan bahwa

$$(\cos \alpha - \cos \beta)^2 + (\sin \alpha - \sin \beta)^2 = 2[1 - \cos(\alpha - \beta)] \cdot$$

P : Apakah kamu paham yang ditanyakan soal tersebut?

SB₂ 28: Paham. $(\cos \alpha - \cos \beta)^2 + (\sin \alpha - \sin \beta)^2$ harus dibuktikan agar hasilnya

$$2[1 - \cos(\alpha - \beta)] \cdot$$

P : Bagaimana langkah pertama kamu dalam mengerjakan soal tersebut?

SB₂ 29 : $(\cos \alpha - \cos \beta)^2 + (\sin \alpha - \sin \beta)^2$ saya pecah menjadi

$$(\cos \alpha - \cos \beta)(\cos \alpha - \cos \beta) + (\sin \alpha - \sin \beta)(\sin \alpha - \sin \beta).$$

P : Memangnya harus seperti itu?

SB₂ 30 : Iya. Supaya lebih mudah mengalikannya.

P : Apakah kamu masih ingat itu materi tentang apa?

SB₂ 31 : Ingat. Materi tentang persamaan kuadrat waktu kelas X.

P : Oh begitu, selanjutnya bagaimana menyelesaikannya? Tolong jelaskan!

SB₂ 32 : $(\cos \alpha - \cos \beta)$ dikalikan $(\cos \alpha - \cos \beta)$ hasilnya

$$\cos^2 \alpha - 2 \cos \alpha \cos \beta + \cos^2 \beta \text{ ditambah } (\sin \alpha - \sin \beta) \text{ dikalikan } (\sin \alpha - \sin \beta) \text{ hasilnya}$$

$$\sin^2 \alpha - 2 \sin \alpha \sin \beta + \sin^2 \beta \text{ selanjutnya dijumlahkan hasilnya}$$

$$\cos^2 \alpha - 2 \cos \alpha \cos \beta + \cos^2 \beta + \sin^2 \alpha - 2 \sin \alpha \sin \beta + \sin^2 \beta.$$

P : Setelah kamu jumlahkan kemudian kamu apakan?

SB₂ 33 : Yang sudutnya sama saya kumpulkan menjadi

$$\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha + \cos^2 \beta + \sin^2 \beta - 2 \cos \alpha \cos \beta - 2 \sin \alpha \sin \beta.$$

P : Itu kenapa dapat satu?

SB₂ 34 : $\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha = 1$, begitu juga yang $\cos^2 \beta + \sin^2 \beta = 1$.

P : Kamu peroleh konsep apa $\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha = 1$ dan $\cos^2 \beta + \sin^2 \beta = 1$?

SB₂ 35 : Yang saya ingat kalau $\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha = 1$ dan $\cos^2 \beta + \sin^2 \beta = 1$. Asalnya darimana saya kurang tahu.

P : Apakah kamu pernah mendapatkan materi ini sebelumnya?

SB₂ 36 : Ya Pernah. Ketika kelas X .

P : Ya sudah kamu lanjutkan penjelasannya!

SB₂ 37 : Dari sana tadi diperoleh $2 - 2(\cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta)$.

P : Itu kenapa berubah menjadi $-2(\cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta)$?

SB₂ 38 : $-2(\cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta)$ kalau uraikan $= -2 \cos \alpha \cos \beta - 2 \sin \alpha \sin \beta$

P : Dari $2 - 2[\cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta]$ menjadi $2 - 2[\cos(\alpha - \beta)]$ itu kamu apakan?

SB₂ 39 : $\cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta$ adalah rumus cosinus selisih dua sudut yaitu $\cos(\alpha - \beta)$.

P : Oh begitu, coba kamu lanjutkan lagi penjelasannya!

SB₂ 40 : Kemudian saya sederhanakan menjadi $2[1 - \cos(\alpha - \beta)]$ dan terbukti.

Berdasarkan hasil tertulis dan petikan wawancara yang diungkapkan pada pernyataan SB₂ 27 sampai SB₂ 31 menunjukkan bahwa subjek SB₂ dapat memahami soal, karena di sini subjek SB₂ dapat mengungkapkan apa yang ditanyakan dari soal serta dapat memahami konsep persamaan kuadrat yang dikaitkan dengan trigonometri. Pernyataan SB₂ 32, menunjukkan bahwa subjek SB₂ dapat membuat perencanaan penyelesaian dengan baik yaitu dengan menjabarkan terlebih dahulu menjadi dan menjadi kemudian mengalikannya. Pernyataan SB₂ 33 sampai SB₂ 36, menunjukkan bahwa subjek SB₂ tidak sepenuhnya mampu mengaitkan konsep yang pernah dia terima sebelumnya mengenai identitas trigonometri yakni $\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha = 1$ dan $\cos^2 \beta + \sin^2 \beta = 1$ karena dia tidak mengetahui bahwa konsep yang digunakannya itu adalah identitas

trigonometri yang serta tidak tahu dari mana asalnya rumus tersebut karena dia hanya ingat bahwa $\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha = 1$ dan $\cos^2 \beta + \sin^2 \beta = 1$. Pernyataan SB₂ 37 sampai SB₂ 40 menunjukkan bahwa subjek SB₂ dapat melaksanakan penyelesaian yaitu setelah mengetahui $\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha = 1$ dan $\cos^2 \beta + \sin^2 \beta = 1$ melalui hapalan saja, subjek SB₂ dengan mudah menemukan jawaban $2 - 2[\cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta]$. Setelah itu subjek SB₂ mengubah $2 - 2[\cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta]$ menjadi $2 - 2[\cos(\alpha - \beta)]$ dengan menggunakan rumus kosinus selisih dua sudut dan menyederhanakannya sehingga memperoleh jawaban benar.

Berdasarkan hasil tertulis dan petikan wawancara di atas dapat disimpulkan bahwa subjek SB₂ mempunyai proses berpikir semi konseptual dalam menyelesaikan soal nomor 3. Karena subjek SB₂ dalam menyelesaikan soal nomor 3 cenderung memenuhi indikator proses berpikir semi konseptual yaitu siswa mampu mengungkapkan apa yang ditanyakan dari soal (K2. 11), siswa mampu menjelaskan tentang konsep-konsep trigonometri yang terdapat pada soal (K2. 12), siswa tidak sepenuhnya mampu mengaitkan dengan konsep yang pernah diterima sebelumnya (K2. 21), siswa tidak sepenuhnya mampu menjelaskan langkah-langkah yang akan ditempuh untuk menyelesaikan soal (K2. 22) dan siswa tidak sepenuhnya mampu menyelesaikan soal dengan menggunakan konsep-konsep yang telah dipelajari (K2. 31).

d. Soal nomor 4

Pada bagian ini akan disajikan deskripsi data proses berpikir subjek SB₂ dalam menyelesaikan soal nomor 4. Jawaban tertulis subjek SB₂ dalam menyelesaikan soal nomor 4 seperti pada gambar 4. 24, berikut:

4. Jika $\tan \alpha = \frac{1}{1-y}$, $\tan \beta = \frac{1}{1+y}$, Buktikan bahwa $\tan(\alpha + \beta) = -2y^{-2}$

$$\tan(\alpha + \beta) = -2y^{-2}$$

$$\frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta} = -2y^{-2}$$

$$\frac{\left(\frac{1}{1-y}\right) + \left(\frac{1}{1+y}\right)}{1 - \left(\frac{1}{1-y}\right)\left(\frac{1}{1+y}\right)} = -2y^{-2}$$

$$\frac{\left(\frac{1+y}{1-y^2}\right) + \left(\frac{1-y}{1-y^2}\right)}{1 - \left(\frac{1}{1-y^2}\right)} = -2y^{-2} \quad (\text{ terbukti})$$

$$\frac{\frac{2}{1-y^2}}{\left(\frac{1-y^2}{1-y^2}\right) - \left(\frac{1}{1-y^2}\right)} = -2y^{-2}$$

$$\frac{2}{1-y^2} = -2y^{-2}$$

$$\frac{2}{1-y^2} \times \frac{1-y^2}{-y^2} = -2y^{-2}$$

$$\frac{2}{-y^2} = -2y^{-2}$$

$$-2y^{-2} = -2y^{-2}$$

Gambar 4. 24. Jawaban SB₂ dalam Menyelesaikan Soal Nomor 4

Berdasarkan jawaban tertulis di atas dapat dikemukakan bahwa subjek SB₂ dapat memahami soal, ini dapat dilihat dari dia menjabarkan dulu dari bentuk persamaan kuadrat kemudian mengalikannya. Subjek SB₂ mampu merencanakan penyelesaian dengan menggunakan konsep yang sudah pernah dia

dapatkan sebelumnya yaitu tentang persamaan kuadrat, identitas trigonometri dasar dan rumus trigonometri untuk kosinus selisih dua sudut. Setelah itu dia mampu menuliskan langkah-langkah yang ditempuh sehingga memperoleh jawaban yang benar. Hal ini dapat dilihat juga dalam petikan wawancara antara peneliti dengan subjek SB₂ sebagai berikut:

P : Coba kamu baca soal nomor 4!

SB₂ 41 : Jika $\tan \alpha = \frac{1}{1-y}$ dan $\tan \beta = \frac{1}{1+y}$, buktikan bahwa $\tan(\alpha + \beta) = -2y^{-2}$

P : Apa yang diketahui dari soal tersebut?

SB₂ 42 : $\tan \alpha = \frac{1}{1-y}$ dan $\tan \beta = \frac{1}{1+y}$.

P : Apa yang ditanyakan dari soal tersebut?

SB₂ 43 : Buktikan bahwa $\tan(\alpha + \beta) = -2y^{-2}$.

P : Apakah kamu paham yang ditanyakan soal tersebut?

SB₂ 44 : Paham. $\tan(\alpha + \beta)$ bila dibuktikan akan menghasilkan $-2y^{-2}$.

P : Apa yang ada dipikiran kamu dalam merencanakan penyelesaian soal tersebut?

SB₂ 45 : $\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta}$.

P : Rumus apa yang kamu gunakan untuk langkah pertama itu?

SB₂ 46 : Rumus tangen jumlah dua sudut.

P : Setelah kamu menggunakan rumus tangen jumlah dua sudut bagaimana langkah selanjutnya?

SB₂ 47: Saya masukan nilai $\tan \alpha = \frac{1}{1-y}$ dan $\tan \beta = \frac{1}{1+y}$ ke rumus tangen diperoleh

$$\frac{\left(\frac{1}{1-y}\right) + \left(\frac{1}{1+y}\right)}{1 - \left(\frac{1}{1-y}\right) \cdot \left(\frac{1}{1+y}\right)}.$$

P : Setelah itu bagaimana cara penyelesaiannya?

SB₂ 48: Dengan menyamakan dulu penyebutnya yang di atas diperoleh

$$\frac{1+y}{(1-y)(1+y)} + \frac{1-y}{(1+y)(1-y)} \text{ dan yang bagian bawah } \frac{1}{1-y} \times \frac{1}{1+y} \text{ hasilnya } \frac{1}{1-y^2}.$$

P : Coba kamu lanjutkan penjelasannya?

SB₂ 49: Karena penyebut yang di atas sudah sama penyebutnya, tinggal dijumlahkan diperoleh $\frac{2}{1-y^2}$ dan yang di bawah disamakan dulu

$$\text{penyebutnya menjadi } \frac{1-y^2}{1-y^2} - \frac{1}{1-y^2}.$$

P : Oh begitu, langkah berikutnya coba kamu jelaskan!

SB₂ 50: Karena penyebut yang dibawah sudah sama saya kurangkan diperoleh

$$\frac{-y^2}{1-y^2}.$$

P : Pada langkah berikutnya kenapa $\frac{2}{1-y^2}$ dikalikan dengan $\frac{1-y^2}{-y^2}$?

SB₂ 51: Untuk membagi pada pecahan bisa saja diubah menjadi bentuk perkalian dengan menukar pembilang menjadi penyebut dan penyebut menjadi pembilang pada pengalinya.

P : Memangnya bisa seperti itu?

SB₂ 52 : Bisa. Itu kan materi SD sudah diajarkan.

P : Selanjutnya apa yang kamu lakukan?

SB₂ 53 : Mengalikan $\frac{2}{1-y^2}$ dengan $\frac{1-y^2}{-y^2}$ hasilnya $\frac{2}{-y^2}$.

P : Kenapa hasil akhirnya $-2y^{-2}$?

SB₂ 54 : Pada aturan perpangkatan yang $\frac{1}{a^n}$ bisa diubah menjadi a^{-n} pangkatnya menjadi negatif sehingga $\frac{2}{-y^2}$ menjadi $-2y^{-2}$.

P : Apakah kamu pernah mendapatkan materi ini sebelumnya?

SB₂ 55 : Pernah saat kelas X.

Berdasarkan tes tertulis dan petikan wawancara yang diungkapkan SB₂ 42 sampai SB₂ 44 menunjukkan bahwa subjek SB₂ dapat memahami soal, karena di sini subjek SB₂ mampu mengungkapkan apa yang diketahui dan ditanyakan dari soal. Pernyataan SB₂ 45 dan SB₂ 46 menunjukkan subjek SB₂ mengetahui konsep trigonometri yaitu rumus tangen jumlah dua sudut. Dalam merencanakan penyelesaian subjek SB₂ hanya memasukkan yang diketahui dari soal dengan menggunakan rumus tangen jumlah dua sudut dan dia operasikan sehingga diperoleh hasilnya $\frac{2/1-y^2}{-y^2/1-y^2}$ sebagaimana dalam pernyataan SB₂ 47 sampai SB₂

50. Pada pernyataan SB₂ 51 dan SB₂ 52 subjek SB₂ mampu mengaitkan konsep yang pernah dia pelajari sebelumnya yakni mengubah bentuk pembagian pecahan

menjadi bentuk perkalian serta dapat menjelaskan langkah-langkah yang ditempuhnya. Setelah mengubah bentuk pembagian pecahan menjadi bentuk perkalian subjek SB₂ dapat memperoleh jawaban $\frac{2}{-y^2}$. Pernyataan SB₂ 53 sampai SB₂ 55 menunjukkan bahwa subjek SB₂ dapat menyelesaikan soal dengan menggunakan aturan perpangkatan $\frac{1}{a^n} = a^{-n}$ sehingga memperoleh jawaban yang benar.

Berdasarkan hasil tertulis dan petikan wawancara di atas dapat disimpulkan bahwa subjek SB₂ mempunyai proses berpikir konseptual dalam menyelesaikan soal nomor 4. Karena subjek SB₂ dalam menyelesaikan soal nomor 4 memenuhi indikator proses berpikir konseptual yaitu siswa mampu mengungkapkan apa yang diketahui dan ditanyakan dari soal (K1. 11), siswa mampu menjelaskan tentang konsep-konsep trigonometri yang terdapat pada soal (K1. 12), siswa mampu mengaitkan dengan konsep yang pernah diterima (K1. 21), siswa mampu menjelaskan langkah-langkah yang akan ditempuh untuk menyelesaikan soal (K1. 22), siswa mampu menyelesaikan soal dengan menggunakan konsep-konsep yang telah dipelajari (K1. 31).

Berikut kesimpulan keseluruhan dari proses berpikir yang dimiliki subjek SB₂.

Tabel 4. 9. Proses Berpikir Subjek SB₂

Soal	Proses Berpikir
1	Konseptual
2	Konseptual
3	Semi konseptual
4	Konseptual