

## **BAB II**

### **TINJAUAN TEORITIS**

#### **A. Pengertian Belajar**

Dalam rangka mencapai tujuan pendidikan, belajar merupakan faktor yang menentukan hasil bagaimana telah ditentukan dan merupakan salah satu faktor yang mempengaruhi serta berperan penting dalam pembentukan pribadi dan perilaku individu. Kegiatan belajar merupakan proses pendidikan di sekolah yang paling pokok, ini berarti bahwa berhasil tidaknya pencapaian tujuan pendidikan yang banyak bergantung kepada bagaimana proses belajar yang dialami oleh siswa sebagai anak didik.<sup>15</sup>

Belajar adalah suatu proses usaha yang dilakukan seseorang untuk memperoleh suatu perubahan tingkah laku yang baru dan positif secara keseluruhan, sebagai hasil pengalaman sendiri dalam interaksi dengan lingkungan.<sup>16</sup> Menurut Kamus Besar Bahasa Indonesia, belajar adalah perubahan tingkah laku atau tanggapan yang disebabkan oleh pengalaman. Jadi tanpa sadar manusia dalam

---

<sup>15</sup> Abu Ahmadi & widodo Supriyono, *Psikologi Pembelajaran*, (Jakarta: Rineka Cipta, 2004), h.125.

<sup>16</sup> Slameto, *Belajar dan Faktor faktor yang mempengaruhinya*, (Jakarta: Rineka Cipta, 2003), h.2.

kehidupan sehari-hari telah melakukan kegiatan belajar yang diperoleh dari pengalamannya.<sup>17</sup>

Nana Sudjana mengemukakan bahwa “Belajar adalah proses yang ditandai dengan adanya perubahan pada diri seseorang”.<sup>18</sup> Perubahan sebagai hasil dari proses belajar dapat ditunjukkan dalam berbagai bentuk seperti perubahan pengetahuan, pemahaman, sikap dan tingkah laku pada individu yang belajar.

Ngalim Purwanto mengartikan “belajar adalah suatu proses yang menimbulkan terjadinya suatu perubahan atau pembaharuan dalam tingkah laku dan kecakapan”.<sup>19</sup> Sedangkan Syaiful Bahri Djamarah dan Aswan Zain, “belajar pada hakikatnya adalah perubahan yang terjadi di dalam diri seseorang setelah berakhirnya melakukan aktivitas belajar”.<sup>20</sup>

Selanjutnya ada, yang mendefinisikan: “belajar adalah berubah”. Dalam hal ini yang dimaksudkan belajar berarti usaha mengubah tingkah laku. Jadi belajar akan membawa suatu perubahan pada individu-individu yang belajar. Perubahan tidak hanya berkaitan dengan penambahan ilmu pengetahuan, tetapi juga berbentuk kecakapan, keterampilan, sikap, pengertian, harga diri, minat, watak, penyesuaian diri. Jelasnya menyangkut segala aspek organisme dan tingkah laku pribadi

---

<sup>17</sup> Departemen Pendidikan Nasional, *Kamus Besar Bahasa Indonesia*, (Jakarta: Balai pustaka:2003), h.17.

<sup>18</sup> Nana Sudjana, *Cara Belajar Siswa Aktif dalam Proses Belajar Mengajar*, (Bandung: Algesindo, 1997), h.5.

<sup>19</sup> Ngalim Purwanto, *Psikologi Pendidikan*, (Bandung : Remaja Rosdakarya, 2003), h.102.

<sup>20</sup> Syaiful Bahri Djamarah dan Aswan Zain, *Strategi Belajar Mengajar*, (Jakarta : Rineka Cipta, 2002), h.44.

seseorang. Dengan demikian, dapatlah dikatakan bahwa itu sebagai rangkaian kegiatan jiwa raga, psiko-fisik untuk menuju ke perkembangan pribadi manusia seutuhnya, yang berarti menyangkut unsur cipta, rasa dan karsa, ranah kognitif, afektif dan psikomotorik.<sup>21</sup>

Berdasarkan beberapa definisi tentang belajar tersebut, maka dapat disimpulkan bahwa belajar merupakan proses atau suatu usaha yang dilakukan seseorang untuk memperoleh perubahan yang terjadi dalam dirinya seperti penambahan ilmu pengetahuan, keterampilan dan sikap sebagai hasil pengalaman dan interaksi dengan lingkungan ataupun setelah melakukan aktivitas belajar.

## **B. Beberapa Teori Tentang Belajar**

Dalam hal ini secara global ada tiga teori yakni, teori Ilmu Jiwa Daya, Ilmu Jiwa Gestalt dan Ilmu Jiwa Asosiasi.

### *1. Teori Belajar Menurut Ilmu Jiwa Daya*

Menurut teori ini, jiwa manusia terdiri dari bermacam-macam daya. Masing-masing daya dapat dilatih dalam rangka untuk memenuhi fungsinya. Untuk melatih suatu daya dapat digunakan berbagai cara atau bahan. Sebagai contoh untuk melatih daya ingat dalam belajar misalnya dengan menghafal kata-kata atau angka. Begitu pula untuk daya-daya yang lain. Yang penting dalam hal ini bukan penguasaan bahan atau materinya, melainkan hasil dari pembentukan daya-daya itu.

---

<sup>21</sup> Sardiman A.M., *Interaksi dan Motivasi Belajar Mengajar*, (Jakarta: PT RajaGrafindo Persada, 2006), h.21.

## 2. *Teori Belajar Menurut Teori Ilmu Jiwa Gestalt*

Teori ini berpandangan bahwa keseluruhan lebih penting dari bagian-bagian/unsur. Sebab keberadaannya keseluruhan itu juga lebih dulu. Sehingga dalam kegiatan belajar bermula pada suatu pengamatan. Pengamatan itu penting dilakukan secara menyeluruh. Dalam mempersoalkan belajar, Koffka berpendapat bahwa hukum-hukum organisasi dalam pengamatan itu berlaku/bisa diterapkan dalam kegiatan belajar. Hal ini berdasarkan kenyataan bahwa belajar itu pada pokoknya yang terpenting adalah penyesuaian pertama, yakni mendapat respons yang tepat. Karena penemuan respons yang tepat tergantung pada kesediaan diri si subjek belajar dengan segala panca inderanya. Dalam kegiatan pengamatan keterlibatan semua panca indera itu sangat diperlukan. Menurut teori ini memang mudah atau sukarnya suatu pemecahan masalah itu tergantung pada pengamatan.

Belajar menurut Ilmu Jiwa Gestalt, juga sangat menguntungkan untuk kegiatan belajar memecahkan masalah. Hal ini tampaknya juga relevan dengan konsep teori belajar yang diawali dengan suatu pengamatan. Belajar memecahkan masalah diperlukan juga suatu pengamatan secara cermat dan lengkap.

## 3. *Teori Belajar Menurut Ilmu Jiwa Asosiasi*

Teori ini berprinsip bahwa keseluruhan itu sebenarnya terdiri dari penjumlahan bagian-bagian atau unsur-unsurnya. Dari aliran ini ada dua teori yang sangat terkenal, yakni: *Teori Konektionisme* dan *Teori Conditioning*.

Dari ketiga teori tersebut memang berbeda-beda. Namun demikian sebagai teori yang berkaitan dengan kegiatan belajar, ketiganya ada beberapa persamaan. Persamaan itu antara lain mengakui adanya prinsip-prinsip berikut ini:

- 1) Dalam kegiatan belajar, *motivasi* merupakan faktor yang sangat penting.
- 2) Dalam kegiatan belajar melalui ada halangan/kesulitan
- 3) Dalam kegiatan belajar memerlukan *aktivitas*
- 4) Dalam menghadapi kesulitan, sering terdapat kemungkinan bermacam-macam respons.<sup>22</sup>

### C. Pengetian Matematika

Istilah *Mathematics* (Inggris), *mathematik* (Jerman), *mathematique* (Perancis), *matematico* (Itali), *matematicheskii* (Rusia), atau *mathematick/wiskunde* (Belanda) berasal dari perkataan latin *mathematica*, yang mulanya diambil dari perkataan Yunani, *mathematike* yang berarti "relating to learning". Perkataan itu mempunyai akar kata *mathema* yang berarti pengetahuan atau ilmu (*knowledge, science*). Perkataan *mathematike* berhubungan sangat erat dengan sebuah kata lainnya yang serupa, yaitu *mathanein* yang mengandung arti belajar (berpikir).<sup>23</sup>

---

<sup>22</sup> *Ibid.*, h.29-37.

<sup>23</sup> Tim MKPBM, *Strategi Pembelajaran Matematika Kontemporer*, (Jakarta: FMIPA Universitas Pendidikan Indonesia, 2001), h.17-18.

Menurut Kamus Besar Bahasa Indonesia “Matematika adalah ilmu tentang bilangan-bilangan, hubungan antar bilangan dan prosedur operasional yang dipergunakan dalam penyelesaian masalah mengenai bilangan”.<sup>24</sup>

Soejadi mengemukakan beberapa definisi matematika, yaitu:

- a. Matematika adalah cabang pengetahuan eksak dan terorganisir secara sistematis.
- b. Matematika adalah pengetahuan tentang bilangan dan kalkulasi.
- c. Matematika adalah pengetahuan tentang penalaran logis dan berhubungan dengan bilangan.
- d. Matematika adalah pengetahuan tentang fakta-fakta kuantitatif dan masalah ruang dan bentuk.
- e. Matematika adalah pengetahuan tentang struktur-struktur yang logis.
- f. Matematika adalah pengetahuan tentang aturan yang ketat.<sup>25</sup>

Berdasarkan pengertian-pengertian di atas, matematika adalah ilmu tentang bilangan yang menggunakan simbol-simbol dengan struktur-struktur dan penalaran logis dalam menyelesaikan masalah melalui penalaran deduktif tetapi juga tidak melupakan cara bernalar induktif.

Matematika tidak sama dengan mata pelajaran lain karena matematika memiliki karakteristik atau ciri tertentu yang membedakannya dengan mata pelajaran lain, ciri tersebut adalah sebagai berikut :

---

<sup>24</sup> Departemen Pendidikan Nasional, *Kamus Besar Bahasa Indonesia, op.cit.*, h. 723.

<sup>25</sup> Soejadi R, *Kiat Pendidikan di Indonesia*, (Jakarta: Dediknas, 2000), h.11.

1. Objek pembicaraannya abstrak
2. Pembahasannya mengandalkan tata nalar
3. Pengertian/ konsep atau pernyataan/ sifat sangat jelas berjenjang sehingga terjaga konsistensinya
4. Melibatkan perhitungan atau pengerjaan (operasi hitung)
5. Dapat dialihgunakan dalam berbagai aspek keilmuan maupun kehidupan sehari-hari.<sup>26</sup>

#### **D. Faktor-faktor yang Mempengaruhi Belajar Matematika**

Banyak faktor yang mempengaruhi siswa dalam belajar, baik berasal dari dalam dirinya maupun dari luar. Faktor -faktor yang mempengaruhi belajar menurut Slameto adalah sebagai berikut:

- a. Faktor *intern*, yaitu faktor yang ada dalam diri individu yang sedang belajar.

Faktor ini terdiri dari:

- 1) Faktor jasmaniah, meliputi: faktor kesehatan dan cacat tubuh.
- 2) Faktor psikologis, meliputi: intelegensi, perhatian, minat, bakat, motif, kematangan dan kesiapan dalam belajar.
- 3) Faktor kelelahan, meliputi: kelelahan jasmani dan kelelahan rohani.

- b. Faktor *Ekstern*, yaitu faktor yang ada di luar individu. Faktor ini dikelompokkan menjadi tiga faktor, yaitu:

---

<sup>26</sup> M. Soleh, *Pokok-pokok Pengajaran Matematika di Sekolah*, (Jakarta: DEPDIBUD, 1998),h.6-7

- 1) Faktor keluarga, meliputi: cara orang tua mendidik, relasi antar anggota keluarga, suasana rumah, keadaan ekonomi keluarga, pengertian orang tua, dan latar belakang kebudayaan.
- 2) Faktor sekolah, meliputi: metode mengajar, kurikulum, relasi guru dengan siswa, disiplin sekolah, alat pelajaran, waktu sekolah, standar pelajaran di atas ukuran, keadaan gedung, metode belajar, dan tugas rumah.
- 3) Faktor masyarakat, meliputi: keadaan siswa dalam masyarakat, massa media (media massa), teman bergaul, dan kehidupan masyarakat.<sup>27</sup>

Belajar matematika adalah suatu proses perubahan yang dilakukan secara sistematis dan terstruktur serta menggunakan penalaran secara deduktif dan induktif yang berkaitan dengan bilangan-bilangan, hubungan antar bilangan dan prosedur operasional yang digunakan dalam penyelesaian masalah. Dalam belajar matematika diperlukan pemahaman dan penguasaan materi, apalagi jika yang diberikan adalah soal dalam bentuk soal cerita yang memerlukan kemampuan memahami kalimat soal, mensubstitusikan ke rumus yang tepat serta melakukan perhitungan yang benar.

Persiapan dalam belajar matematika tidak hanya berupa persiapan fisik tetapi juga persiapan mental yang tidak menganggap matematika itu sulit sangat berpengaruh terhadap aktivitas belajar, serta perlengkapan sarana belajar yang memadai juga ikut menunjang prestasi belajar matematika.

---

<sup>27</sup> Slameto, *Belajar & Faktor-faktor yang Mempengaruhinya*, (Jakarta:Rineka Cipta,2003), h.54.



Selain persiapan dan strategi yang digunakan dalam belajar matematika, ada faktor lain yang turut mempengaruhi proses bahkan hasil belajar matematika, yaitu faktor siswa, faktor guru, serta faktor sarana dan fasilitas belajar.<sup>28</sup> Faktor siswa berupa kondisi fisiologis (sakit atau cacat tubuh) dan kondisi psikologis (minat, kecerdasan, motivasi, serta kesiapan dalam belajar), sedang faktor guru seperti interaksi edukatif antara guru dan siswa serta variasi mengajar yang dilakukan oleh guru. Fasilitas yang memadai seperti keadaan gedung dan ruang kelas yang baik dan kelengkapan sarana belajar yang bisa dipergunakan kapan saja (siap pakai).

Sedangkan menurut E.P. Hutabarat, menyebutkan bahwa faktor-faktor yang mempengaruhi proses belajar matematika itu adalah faktor kecerdasan, faktor belajar, faktor sikap, faktor fisik, faktor emosi dan sosial, faktor lingkungan serta faktor guru.<sup>29</sup>

### **E. Mengukur Kemampuan Belajar Matematika**

Dalam buku *Psikologi Pendidikan* karangan Sumadi Suryabrata dicantumkan menurut Woodworth dan Marquis, *ability* (kemampuan) mempunyai 3 arti, yaitu :

- 1) *Achievement* yang merupakan *actual ability* yang dapat diukur langsung dengan alat atau tes tertentu.
- 2) *Capacity* yang merupakan *potential ability* yang dapat diukur secara tidak langsung dengan melalui pengukuran terhadap kecakapan individu, dimana kecakapan ini berkembang dengan perpaduan antara dasar dengan training yang intensif dan pengalaman.

---

<sup>28</sup> Abu Ahmadi dan Joko Tri Prasetyo, *Strategi Belajar Mengajar*, (Bandung : Pustaka Setia, 2005), h.103

<sup>29</sup> E.P. Hutabarat, *Cara Belajar*, (Jakarta : Gunung Mulia, 1995), h.18-21

- 3) *Aptitude*, yaitu kualitas yang hanya dapat diungkap atau diukur dengan tes khusus yang sengaja dibuat untuk itu.<sup>30</sup>

Dalam belajar matematika siswa dituntut untuk memiliki berbagai kemampuan, terutama dalam menyelesaikan soal-soal matematika, siswa dituntut untuk benar-benar memahami soal, menentukan rumus yang tepat, pemahaman tentang prosedur pengerjaan dan kelancaran serta ketelitian dalam operasi hitung.

Untuk mengukur kemampuan siswa diperlukan evaluasi atau yang lebih dikenal dengan tes, ujian atau ulangan. Menurut Muhibbin Syah dalam bukunya *Psikologi Belajar* mengatakan bahwa “evaluasi adalah penilaian terhadap tingkat keberhasilan siswa mencapai tujuan yang telah ditetapkan dalam sebuah program”.<sup>31</sup>

Untuk mengevaluasi hasil belajar matematika tentu diperlukan alat evaluasi yang dapat mengukur kemampuan siswa dalam belajar. Menurut Suharsimi Arikunto ada 2 teknik evaluasi yaitu teknik tes dan teknik nontes.<sup>32</sup>

Dengan teknik tes, maka evaluasi hasil belajar dilakukan dengan jalan menguji peserta didik. Sebaliknya, dengan teknik nontes maka evaluasi dilakukan tanpa menguji peserta didik melainkan dengan melakukan pengamatan secara sistematis

---

<sup>30</sup>.Sumadi Suryabrata, *Psikologi Pendidikan*, (Jakarta: Raja Grafindo, 2006), h.161

<sup>31</sup> Muhibbin Syah, *Psikologi Belajar*, (Jakarta : Raja Grafindo Persada, 2004), h.195

<sup>32</sup> Suharsimi Arikunto, *Dasar-dasar Evaluasi Pendidikan*,(Jakarta:Bumi Aksara, 2008), h.26.

(*observation*), melakukan wawancara (*interview*), menyebarkan dokumen-dokumen (*documentary analysis*).<sup>33</sup>

Tes adalah serentetan pertanyaan atau latihan atau alat lain yang digunakan untuk mengukur keterampilan, pengetahuan, intelegensi, kemampuan atau bakat yang dimiliki oleh individu atau kelompok.<sup>34</sup> Tes merupakan salah satu bentuk instrumen atau alat evaluasi yang terdiri atas beberapa pertanyaan untuk memperoleh data atau informasi melalui jawaban siswa. Tes matematika digunakan untuk mengetahui bagaimana keberhasilan atau kemampuan siswa dalam proses pembelajaran serta tingkat penguasaan atau kemampuan siswa terhadap mata pelajaran matematika yang telah diberikan.

Tes sebagai alat ukur dalam evaluasi haruslah baik dan sedapat mungkin dapat mengukur apa yang ingin diukur dalam pembelajaran. Adapun ciri-ciri tes yang baik itu adalah memiliki validitas, reliabilitas, objektivitas, praktikabilitas (bersifat praktis) dan ekonomis.<sup>35</sup>

Tes sebagai alat penilaian dapat berbentuk lisan, tulisan atau dalam bentuk perbuatan. Tes tertulis terdiri dari tes uraian dan objektif.<sup>36</sup>

---

<sup>33</sup> Anas Sudijono, *Pengantar Evaluasi Pendidikan*, (Jakarta : Raja Grafindo Persada, 2005), h.76.

<sup>34</sup> Suharsimi Arikunto, *Prosedur Penelitian Suatu Pendekatan Praktik*, (Jakarta: Rineka Cipta, 1998), h.139.

<sup>35</sup> Suharsimi Arikunto, *Dasar-dasar Evaluasi Pendidikan, op.cit.*, h.58.

<sup>36</sup> Anas Sudijono, *Pengantar Evaluasi Pendidikan, op.cit.*, h.99.

Tes uraian adalah sejenis tes kemajuan yang memerlukan jawaban yang bersifat pembahasan atau uraian kata-kata. Sedangkan tes objektif adalah tes yang dalam pemeriksaannya dilakukan secara objektif. Tes objektif memiliki bermacam-macam tes yaitu tes benar salah, tes pilihan ganda, tes menjodohkan dan tes isian.

Pada penelitian ini, peneliti menggunakan tes objektif bentuk pilihan ganda. Sebagai alat evaluasi, tes bentuk objektif mempunyai kelebihan-kelebihan, tetapi juga tidak terlepas dari kekurangan-kekurangan. Diantara keunggulan yang dimiliki oleh tes uraian adalah, bahwa :

1. Tes objektif sifatnya lebih representatif dalam hal mencakup dan mewakili materi yang telah diajarkan kepada peserta didik. Hal ini dapat dipahami dengan melihat kenyataan bahwa butir-butir soalnya jumlahnya cukup banyak. Dengan itu maka berbagai aspek psikologis yang diungkap lewat tes hasil belajar, seperti: aspek pengetahuan, pemahaman, aplikasi, analisis, sintesis dan lain-lain, dapat dicakup dan diungkap melalui tes tersebut.
2. Tes objektif lebih memungkinkan bagi tester untuk bertindak lebih objektif. Karena jawaban soal tes objektif itu hanya ada dua kemungkinan yaitu “Betul atau Salah”.
3. Mengoreksi hasil tes objektif adalah jauh lebih mudah dan lebih cepat.
4. Tes objektif memberikan kemungkinan kepada orang lain untuk dimintai bantuan guna mengoreksi hasil tes tersebut.
5. Butir-butir soal pada tes objektif, jauh lebih mudah dianalisis.

Adapun kekurangan tes objektif antara lain adalah:

1. Menyusun butir-butir soal tes objektif tidak semudah seperti halnya menyusun tes uraian.
2. Tes objektif pada umumnya kurang dapat mengukur atau mengungkap proses berpikir yang tinggi atau mendalam.
3. Dengan tes objektif, terbuka kemungkinan bagi testee untuk bermain spekulasi, tebak terka, ada untung dalam memberikan jawaban soal.
4. Dapat membuka peluang bagi testee untuk melakukan kerjasama yang tidak sehat dengan testee lainnya.<sup>37</sup>

#### **F. Kemampuan Pemecahan Masalah**

Kemampuan adalah kesanggupan; kecakapan; kekuatan.<sup>38</sup> Kata “pemecahan” berarti proses, cara, pembuatan memecah atau memecahkan/menyelesaikan.<sup>39</sup> Masalah berarti sesuatu yang harus diselesaikan (dipecahkan), soal, persoalan.<sup>40</sup> Sebagian besar ahli Pendidikan Matematika menyatakan bahwa masalah merupakan pertanyaan yang harus dijawab atau direspon. Namun mereka menyatakan juga bahwa tidak semua pertanyaan otomatis akan menjadi masalah. Suatu pertanyaan akan menjadi masalah hanya jika pertanyaan itu menunjukkan adanya suatu

---

<sup>37</sup> *Ibid.*, h.133-136.

<sup>38</sup> Tim Penyusun Kamus, *Kamus Besar Bahasa Indonesia*, (Jakarta: Balai Pustaka, 2005), h.671.

<sup>39</sup> Departemen Pendidikan Nasional, *Kamus Besar Bahasa Indonesia*, *op.cit.*, h.1034.

<sup>40</sup> *Ibid.*, h.883.

tantangan (*challenge*) yang tidak dapat dipecahkan oleh prosedur rutin (*routin procedure*) yang sudah diketahui peserta didik.<sup>41</sup> Ciri utama dari proses pemecahan masalah adalah berkaitan dengan masalah-masalah yang tidak rutin.

Jadi, kemampuan pemecahan masalah adalah kemampuan peserta didik untuk menyelesaikan pertanyaan yang menantang yang tidak dapat dipecahkan oleh prosedur rutin yang sudah diketahui peserta didik.

Menurut Polya, solusi pemecahan masalah memuat 4 langkah penyelesaian sebagai berikut.

1. Memahami masalah
2. Merencanakan penyelesaian
3. Menyelesaikan masalah sesuai rencana
4. Melakukan pengecekan kembali terhadap semua langkah yang telah dikerjakan.<sup>42</sup>

Kemampuan pemecahan masalah dapat dicapai dengan memperhatikan indikator-indikatornya sebagai berikut.

1. Kemampuan menunjukkan masalah.
2. Kemampuan mengorganisasi data dan memilih informasi yang relevan dalam pemecahan masalah.

---

<sup>41</sup> Fajar Shadiq, *Pemecahan Masalah, Penalaran, dan Komunikasi*, (Yogyakarta: Departemen Pendidikan Nasional, 2004), h.10.

<sup>42</sup> Erman, Suherman, dkk, *Strategi Pembelajaran Matematika Kontemporer*, (Bandung: JICA, tt), h.84.

3. Kemampuan menyajikan masalah secara matematik dalam berbagai bentuk.
4. Kemampuan memilih pendekatan dan metode pemecahan masalah secara tepat.
5. Kemampuan mengembangkan strategi pemecahan masalah.
6. Kemampuan membuat dan menafsirkan model matematika dari suatu masalah.
7. Kemampuan menyelesaikan masalah yang tidak rutin.<sup>43</sup>

Untuk penelitian ini kemampuan pemecahan masalah tidak dilihat dari proses siswa dalam mengerjakan soal, melainkan berdasarkan hasil tes yang dikerjakan oleh responden.

#### **G. Kesulitan Siswa dalam Menyelesaikan Masalah Matematika**

Dalam mempelajari matematika, siswa cenderung mengalami kesulitan yang menurut Cooney (Abdurrahman, 2003: 278) dikategorikan dalam tiga jenis, yaitu:

- a. Kesulitan dalam mempelajari konsep.
- b. Kesulitan dalam menerapkan prinsip.
- c. Kesulitan dalam menyelesaikan masalah verbal.

Cooney, Davis, & Henderon (1975: 203-208) memberi petunjuk, bahwa kesulitan siswa dalam belajar matematika agar difokuskan pada dua jenis

---

<sup>43</sup> Sri wardani, *Analisis SI dan SKL Mata Pelajaran Matematika SMP/MTs untuk Optimalisasi Tujuan Mata Pelajaran Matematika*, (Yogyakarta: Depdiknas, 2008), h.14

pengetahuan matematika yang penting yaitu pengetahuan konsep-konsep dan pengetahuan prinsip-prinsip.

Dalyono (2010:229) menjelaskan bahwa kesulitan belajar merupakan suatu keadaan yang menyebabkan siswa tidak dapat belajar sebagaimana mestinya.

Menurut Burton (Mulyadi, 2008: 8-9) seseorang diduga mengalami kesulitan belajar jika yang bersangkutan menunjukkan kegagalan tertentu dalam tujuan-tujuan belajarnya. Kegagalan tersebut diidentifikasi oleh Burton sebagai berikut:

- a. Seseorang dikatakan gagal apabila dalam batas waktu tertentu yang bersangkutan tidak mencapai ukuran tingkat keberhasilan atau penguasaan minimal yang telah ditentukan.
- b. Seseorang dikatakan gagal apabila yang bersangkutan tidak dapat mengerjakan atau mencapai prestasi yang semestinya.
- c. Seseorang dikatakan gagal jika yang bersangkutan tidak dapat mewujudkan tugas-tugas perkembangan, termasuk penyesuaian sosial.
- d. Seseorang dikatakan gagal apabila yang bersangkutan tidak berhasil mencapai tingkat penguasaan yang diperlukan sebagai prasyarat bagi kelanjutan pada tingkat pembelajaran sebelumnya.

Cooney, Davis, & Henderson (1975:210) menyebutkan beberapa hal yang menyebabkan siswa mengalami kesulitan dalam memecahkan masalah matematika. Faktor-faktor tersebut adalah sebagai berikut:

- a. Faktor fisiologis



Terdapat hubungan antara faktor fisiologis dan kesulitan siswa dalam pembelajaran. Faktor-faktor fisiologis yang dimaksud antara lain lemahnya penglihatan, kurang tajamnya pendengaran, sulit mengeja, kurang dalam memperhatikan sesuatu, masalah dengan pita suara, sesak nafas, keterbelakangan mental, dan sebagainya.

b. Faktor sosial

Pendidik dan orang tua siswa sering kali kurang memperhatikan faktor sosial sebagai penyebab kesulitan siswa. Apabila faktor tersebut diketahui maka kesulitan siswa dapat diminimalkan dan diatasi. Faktor-faktor sosial yang dimaksud antara lain: kurangnya motivasi dan penghargaan di lingkungan keluarga, budaya lingkungan yang kurang menguntungkan seperti begadang, kurangnya pendidikan informal keluarga seperti jarang berkunjung ke museum, kurangnya buku-buku referensi, dan sebagainya.

c. Faktor emosional

Faktor-faktor emosional yang dapat menyebabkan siswa kesulitan dalam pembelajaran matematika antara lain: takut belajar matematika, putus hubungan dengan teman dekat, muncul perasaan gagal, tertekan dan sebagainya.

d. Faktor intelektual

Faktor intelektual dan motivasi merupakan hal yang menjadi perhatian lebih pendidik saat siswa mengalami kesulitan matematika. Pendidik sering mendeskripsikan kesulitan yang dialami siswa sebagai keengganan untuk mencoba memecahkan masalah matematika. Siswa yang sulit untuk melakukan abstraksi,

generalisasi, deduksi, serta mengingat kembali tentang suatu konsep dan prinsip biasanya mengalami kesulitan matematika.

e. Faktor pedagogis

Faktor pedagogis yang menyebabkan siswa kesulitan memecahkan masalah matematika berkaitan erat dengan kesiapan siswa dalam belajar matematika. Kesiapan siswa dalam menggunakan konsep dan prinsip matematika sangat mempengaruhi proses pemecahan masalah. Kesiapan siswa dalam pembelajaran matematika yang dipengaruhi langsung oleh pendidik juga merupakan faktor pedagogis yang menyebabkan siswa mengalami kesulitan memecahkan masalah matematika. Pendidik yang tidak siap menerapkan suatu konsep atau prinsip matematika, pendidik yang memilih materi terlalu sulit, pendidik yang kurang dapat memotivasi siswa dalam belajar, pendidik yang memberikan tes terlalu sulit merupakan sebagian faktor pedagogis yang menyebabkan siswa sulit dalam memecahkan masalah matematika.<sup>44</sup>

## H. Taksonomi Bloom

Dalam sejarah pengukuran dan penilaian pendidikan tercatat, bahwa pada kurun waktu tahun empat puluhan, beberapa orang pakar pendidikan di Amerika Serikat yaitu Benjamin S. Bloom, M.D. Englehart, E. Furst, W.H. Hill, Daniel R. Krathwohl dan didukung pula oleh Ralph E. Tylor, mengembangkan suatu metode

---

<sup>44</sup> <http://eprints.uny.ac.id/10725/1/P%20-%20202.pdf> di akses pada tanggal 27 Juli 2016

pengklasifikasian tujuan pendidikan yang disebut *taxonomy*. Ide untuk membuat taksonomi itu muncul setelah lebih kurang lima tahun mereka berkumpul dan mendiskusikan pengelompokan tujuan pendidikan, yang pada akhirnya melahirkan sebuah karya Bloom dan kawan-kawannya itu, dengan judul: *Taxonomy of Educational Objectives* (1956).

Benjamin S. Bloom dan kawan-kawannya itu berpendapat bahwa taksonomi (pengelompokan) tujuan pendidikan itu harus senantiasa mengacu kepada tiga jenis domain (daerah binaan atau ranah) yang melekat pada diri peserta didik, yaitu Ranah proses berpikir (*cognitive domain*), Ranah nilai atau sikap (*affective domain*), dan Ranah keterampilan (*psychomotor domain*). Benjamin S. Bloom mengonsentrasikan pada domain kognitif, sementara domain afektif dikembangkan oleh Krathwohl, dan domain psikomotor dikembangkan oleh Simpson.<sup>45</sup>

### **1. Ranah Kognitif**

Ranah kognitif adalah ranah yang mencakup kegiatan mental (otak). Menurut Bloom, segala upaya yang menyangkut aktivitas otak adalah termasuk dalam ranah kognitif. Dalam ranah kognitif itu terdapat enam jenjang proses berpikir, mulai dari jenjang terendah sampai dengan jenjang yang paling tinggi. Keenam jenjang dimaksud adalah:

#### **a. Pengetahuan (*knowledge*)**

---

<sup>45</sup> Hamzah B. Uno dan Nurdin Mohamad, *Belajar dengan Pendekatann PAIKEM*, (Jakarta : PT. Bumi Aksara, 2011),h.55-56

Pengetahuan adalah kemampuan seseorang untuk mengingat-ingat kembali (*recall*) atau mengenali kembali tentang nama, istilah, ide, gejala, rumus-rumus dan sebagainya, tanpa mengharapkan kemampuan untuk menggunakannya. Pengetahuan atau ingatan ini adalah merupakan proses berpikir yang paling rendah.<sup>46</sup> Proses-proses kognitif dalam kategori ini meliputi mengenali dan mengingat kembali.<sup>47</sup>

Pengetahuan dalam penelitian ini siswa diharapkan dapat mengingat pengetahuan-pengetahuan awal yang mana pengetahuan tersebut menjadi materi prasyarat untuk materi trigonometri pada kelas XI. Pengetahuan untuk materi trigonometri pada kelas XI diantara, mengingat nilai suatu sudut, mengoperasikan bentuk aljabar, operasi bentuk pecahan dan materi lainnya.

Contoh:

$$\sin 45^\circ = \dots$$

- a.  $\frac{1}{2}\sqrt{2}$
- b.  $\frac{1}{2}\sqrt{3}$
- c. 1

Untuk menjawab soal tersebut, siswa cukup menggunakan ingatan/pengetahuan.

- b. Pemahaman (*comprehension*)

---

<sup>46</sup> Anas Sudijono, *Pengantar Evaluasi Pendidikan, op. cit.*, h.49-50

<sup>47</sup> Lorin W. Anderseon dan David R. Krathwol, *Kerangka Landasan untuk Pembelajaran, Pengajaran, dan Asesmen*, (Yogyakarta: Pustaka Pelajar, 2010) h. 103

Pemahaman adalah kemampuan seseorang untuk mengerti atau memahami sesuatu setelah sesuatu itu diketahui dan diingat. Dengan kata lain, memahami adalah mengetahui tentang sesuatu dan dapat melihatnya dari berbagai segi. Seorang peserta didik dikatakan memahami sesuatu apabila ia dapat memberikan penjelasan atau memberi uraian yang lebih rinci tentang hal itu dengan menggunakan kata-katanya sendiri. Pemahaman merupakan jenjang kemampuan berpikir yang setingkat lebih tinggi dari ingatan.<sup>48</sup> Jadi siswa yang memiliki pemahaman, harus terlebih memiliki pengetahuan. Proses-proses kognitif pada kategori ini meliputi menafsirkan, mencontohkan, mengklasifikasikan, merangkum, menyimpulkan, membandingkan, dan menjelaskan.<sup>49</sup>

Pemahaman pada penelitian ini, siswa diminta untuk memahami bagaimana menentukan nilai eksak dari suatu sudut.

Contoh:

$$\cos 15^\circ = \dots$$

a.  $\frac{1}{4}(\sqrt{6} + \sqrt{2})$

b.  $\frac{1}{4}(-\sqrt{6} + \sqrt{2})$

c.  $\frac{1}{4}(\sqrt{6} - \sqrt{2})$

Untuk menjawab soal tersebut siswa harus mampu memahami soal terlebih dahulu dan harus memiliki kemampuan awal atau pengetahuan.

---

<sup>48</sup> Anas Sudijono, *Pengantar Evaluasi Pendidikan, op. cit.*, h.50

<sup>49</sup> Lorin W. Anderseon dan David R. Krathwol, *Kerangka Landasan untuk Pembelajaran, Pengajaran, dan Asesmen, op. cit.*, h. 106

c. Penerapan (*application*)

Penerapan adalah kesanggupan seseorang untuk menerapkan atau menggunakan ide-ide umum, tata cara ataupun metode-metode, prinsip-prinsip, rumus-rumus, teori-teori dan sebagainya, dalam situasi yang baru dan kongkret. Penerapan ini adalah merupakan proses berpikir setingkat lebih tinggi ketimbang pemahaman.<sup>50</sup> Artinya siswa harus memiliki kemampuan pengetahuan dan pemahaman. Untuk penerapan ini siswa dituntut untuk menyeleksi atau memilih abstrasi tertentu (konsep, dalil, aturan, gagasan, cara) secara tepat untuk diterapkan dalam situasi baru dan menerapkan secara benar.<sup>51</sup> Proses-proses kognitif pada kategori ini ada dua yaitu mengeksekusi dan mengimplementasikan.<sup>52</sup>

Penerapan pada penelitian ini, siswa diminta untuk menghitung sinus dan cosinus sudut tertentu dengan menggunakan rumus sinus dan cosinus jumlah dua sudut, selisih dua sudut dan sudut ganda.

Contoh:

Diketahui  $\alpha$  dan  $\beta$  adalah sudut-sudut lancip ( $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$  dan  $0 < \beta < \frac{\pi}{2}$ ). Jika

$\sin \alpha = \frac{7}{25}$  dan  $\sin \beta = \frac{3}{5}$ , maka  $\cos (\alpha + \beta)$  adalah...

a.  $\frac{2}{5}$

---

<sup>50</sup> Anas Sudijono, *Pengantar Evaluasi Pendidikan, op. cit.*, h.5.

<sup>51</sup> Suharsimi Arikunto, *Dasar-dasar Evaluasi Pendidikan, op. cit.*, h.116.

<sup>52</sup> Lorin W. Anderseon dan David R. Krathwol, *Kerangka Landasan untuk Pembelajaran, Pengajaran, dan Asesmen, op. cit.*, h.116.

b.  $\frac{3}{5}$

c.  $\frac{4}{5}$

Untuk menjawab soal tersebut siswa dituntut untuk memiliki kemampuan pemahaman dan pengetahuan yang mumpuni serta mampu mencari cara untuk menjawabnya.

d. Analisis (*analysis*)

Analisis adalah kemampuan seseorang untuk merinci atau menguraikan suatu bahan atau keadaan menurut bagian-bagian yang lebih kecil dan mampu memahami hubungan di antara bagian-bagian atau faktor-faktor yang satu dengan faktor-faktor lainnya. Jenjang analisis adalah setingkat lebih tinggi ketimbang jenjang penerapan.<sup>53</sup> Dalam tugas analisis ini siswa diminta untuk menganalisis hubungan atau situasi yang kompleks atas konsep-konsep dasar.<sup>54</sup> Proses-proses kognitif pada kategori ini meliputi membedakan, mengorganisasikan, mengatribusikan.<sup>55</sup>

Analisis pada penelitian ini, siswa diminta untuk menghitung sinus dan cosinus sudut tertentu dengan menggunakan rumus sinus dan cosinus jumlah dua sudut, selisih dua sudut dan sudut ganda namun soalnya lebih rumit dari penerapan karena siswa harus terlebih dahulu mampu untuk merinci atau menguraikan suatu soal ke bagian-bagian yang lebih kecil dan mampu memahami hubungan di antara

---

<sup>53</sup> Anas Sudijono, *Pengantar Evaluasi Pendidikan, op. cit.*, h.51

<sup>54</sup> Suharsimi Arikunto, *Dasar-dasar Evaluasi Pendidikan, op. cit.*, h.116

<sup>55</sup> Lorin W. Anderseon dan David R. Krathwol, *Kerangka Landasan untuk Pembelajaran, Pengajaran, dan Asesmen, op. cit.*, h.120.

bagian-bagian atau faktor-faktor yang satu dengan faktor-faktor lainnya pada soal tersebut.

e. Sintesis (*synthesis*)

Sintesis adalah kemampuan berpikir yang merupakan kebalikan dari proses berpikir analisis. Sintesis merupakan suatu proses yang memadukan bagian-bagian atau unsur-unsur secara logis, sehingga menjelma menjadi suatu pola yang berstruktur atau berbentuk pola baru. Jenjang sintesis kedudukannya setingkat lebih tinggi ketimbang jenjang analisis.<sup>56</sup> Atau bisa diartikan penyatuan unsur-unsur atau bagian-bagian ke dalam bentuk menyeluruh.<sup>57</sup>

Apabila penyusun tes bermaksud meminta siswa melakukan sintesis maka pertanyaan-pertanyaan disusun sedemikian rupa sehingga meminta siswa untuk melakukan generalisasi.<sup>58</sup>

Sintesis pada penelitian ini, siswa diminta untuk menghitung sinus dan cosinus sudut tertentu dengan menggunakan rumus sinus dan cosinus jumlah dua sudut, selisih dua sudut dan sudut ganda namun soalnya juga lebih rumit dari penerapan karena siswa harus terlebih dahulu mampu memahami hubungan di antara bagian-bagian atau faktor-faktor yang satu dengan faktor-faktor lainnya.

f. Penilaian (*evaluation*)

---

<sup>56</sup> Anas Sudijono, *Pengantar Evaluasi Pendidikan, op. cit.*, h.5.

<sup>57</sup> Nana Sudjana, *Penilaian Hasil Proses Belajar Mengajar*, (Bandung: PT Remaja Rosdakarya, 2014), h. 27.

<sup>58</sup> Suharsimi Arikunto, *Dasar-dasar Evaluasi Pendidikan, op. cit.*, h.117.



Penilaian adalah merupakan jenjang berpikir paling tinggi dalam ranah kognitif. Menurut Taksonomi Bloom penilaian atau evaluasi di sini merupakan kemampuan seseorang untuk membuat pertimbangan terhadap situasi, nilai atau ide.<sup>59</sup> Proses-proses kognitif pada kategori ini meliputi memeriksa dan mengkritik.<sup>60</sup>

Evaluasi adalah pemberian keputusan tentang nilai sesuatu yang mungkin dilihat dari segi tujuan, gagasan, cara bekerja, pemecahan, metode, dan lain-lain. Dilihat dari segi tersebut maka dalam evaluasi perlu adanya kriteria atau standar tertentu. Dalam tes esai, standar atau kriteria muncul dalam bentuk frase “menurut pendapat anda” atau “menurut teori tertentu”.<sup>61</sup>

## 2. Ranah Afektif

Taksonomi untuk daerah afektif mula-mula dikembangkan oleh David R. Krathwohl dan kawan-kawan (1974) dalam buku yang diberi judul *Taxonomy of Educational Objectives: Affective Domain*. Ranah afektif adalah ranah yang berkaitan dengan sikap dan nilai. Beberapa pakar mengatakan bahwa sikap seseorang dapat diramalkan perubahannya bila seseorang telah memiliki penguasaan kognitif tingkat tinggi. Ciri-ciri hasil belajar afektif akan tampak pada peserta didik dalam berbagai tingkah laku.

Ranah afektif ini oleh Krathwohl (1974) dan kawan-kawan ditaksonomi menjadi lebih rinci lagi ke dalam lima jenjang, yaitu:

---

<sup>59</sup> Anas Sudijono, *Pengantar Evaluasi Pendidikan*, op. cit., h.52.

<sup>60</sup> Lorin W. Anderseon dan David R. Krathwol, *Kerangka Landasan untuk Pembelajaran, Pengajaran, dan Asesmen*, op. cit., h.125.

<sup>61</sup> Nana Sudjana, *Penilaian Hasil Proses Belajar Mengajar* op. cit., h. 28-29.

a. *Receiving* atau *Attending*

*Receiving* atau *Attending* (menerima atau memperhatikan), adalah kepekaan seseorang dalam menerima rangsangan dari luar yang datang pada dirinya dalam bentuk masalah, situasi, gejala, dan lain-lain.

b. *Responding*

*Responding* (menanggapi) mengandung arti “adanya partisipasi aktif”. Jadi kemampuan menanggapi adalah kemampuan yang dimiliki oleh seseorang untuk mengikutsertakan dirinya secara aktif dalam fenomena tertentu dan membuat reaksi terhadapnya dengan salah satu cara. Jenjang ini setingkat lebih tinggi ketimbang jenjang *receiving*.

c. *Valuing*

*Valuing* (menilai atau menghargai) artinya memberikan nilai atau memberikan penghargaan terhadap suatu kegiatan atau obyek, sehingga apabila kegiatan itu tidak dikerjakan, dirasakan akan membawa kerugian atau penyesalan. *Valuing* adalah merupakan tingkatan afektif yang lebih tinggi dari *receiving* dan *responding*. Dalam kaitan dengan proses belajar mengajar, peserta didik di sini tidak hanya mau menerima nilai yang diajarkan tetapi mereka telah berkemampuan untuk menilai konsep atau fenomena, yaitu baik atau buruk.

d. *Organization*

*Organization* (mengatur atau mengorganisasikan) artinya mempertemukan perbedaan nilai sehingga terbentuk nilai baru yang universal, yang membawa kepada perbaikan umum. Mengatur atau mengorganisasikan merupakan pengembangan dari

nilai ke dalam satu system organisasi, termasuk di dalamnya hubungan satu nilai dengan nilai lain, pemantapan dan prioritas nilai yang telah dimilikinya.

*e. Characterization by a Value or Value Complex*

*Characterization by a Value or Value Complex* (Karakterisasi dengan suatu nilai atau kompleks nilai), yakni keterpaduan semua sistem nilai yang telah dimiliki seseorang, yang mempengaruhi pola kepribadian dan tingkah lakunya. Ini adalah merupakan tingkatan afektif tertinggi, karena sikap batin peserta didik telah benar-benar bijaksana.

### **3. Ranah Psikomotor**

Ranah psikomotor adalah ranah yang berkaitan dengan keterampilan (*skill*) atau kemampuan bertindak setelah seseorang menerima pengalaman belajar tertentu. Hasil belajar ranah psikomotor dikemukakan oleh Simpson (1956) yang menyatakan bahwa hasil belajar psikomotor ini tampak dalam bentuk keterampilan (*skill*) dan kemampuan bertindak individu. Hasil belajar ini merupakan kelanjutan dari hasil belajar kognitif dan hasil belajar afektif.<sup>62</sup>

Adapun untuk penelitian ini hanya pada ranah kognitif. Karena pembelajaran matematika lebih dominan kepada tujuan pendidikan ranah kognitif. Ranah kognitif pada penelitian hanya lima jenjang proses berpikir, mulai dari jenjang pengetahuan sampai jenjang sintesis.

## **I. Materi Trigonometri**

---

<sup>62</sup> Anas Sudijono, *Pengantar Evaluasi Pendidikan, op. cit.*, h.51-58

### 1. Rumus-Rumus Trigonometri Jumlah Dan Selisih Dua Sudut

Trigonometri jumlah dan selisih dua sudut, yaitu  $\sin (\alpha \pm \beta)$ ,  $\cos (\alpha \pm \beta)$ , dan  $\tan (\alpha \pm \beta)$  mengikuti kaidah-kaidah tertentu yang dirangkum dalam rumus trigonometri jumlah dan selisih dua sudut berikut.

a. Rumus untuk  $\cos (\alpha \pm \beta)$

- Rumus untuk  $\cos (\alpha + \beta)$

$$\cos (\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

- Rumus untuk  $\cos (\alpha - \beta)$

$$\cos (\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta$$

Rumus di atas dapat dituliskan secara bersama sebagai berikut.

$$\cos (\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta$$

Contoh 1

Dengan menggunakan rumus  $\cos (\alpha \pm \beta)$ , jabarkan setiap bentuk berikut.

a)  $\cos (a^\circ - b^\circ)$

b)  $\cos \left( \frac{1}{2}A - \frac{1}{5}B \right)$

Jawab

a)  $\cos (a^\circ - b^\circ) = \cos a^\circ \cos b^\circ + \sin a^\circ \sin b^\circ$

b)  $\cos \left( \frac{1}{2}A - \frac{1}{5}B \right) = \cos \frac{1}{2}A \cos \frac{1}{5}B + \sin \frac{1}{2}A \sin \frac{1}{5}B$

Contoh 2

Tanpa menggunakan tabel trigonometri atau kalkulator, hitulah nilai eksak dari  $\cos$

$15^\circ$

Jawab:

$15^\circ = 45^\circ - 30^\circ$ , sehingga:

$$\begin{aligned}\cos 15^\circ &= \cos (45^\circ - 30^\circ) \\ &= \cos 45^\circ \cos 30^\circ + \sin 45^\circ \sin 30^\circ \\ &= \frac{1}{2}\sqrt{2} \cdot \frac{1}{2}\sqrt{3} + \frac{1}{2}\sqrt{2} \cdot \frac{1}{2} \\ &= \frac{1}{4}(\sqrt{6} + \sqrt{2})\end{aligned}$$

Jadi, nilai eksak dari  $\cos 15^\circ = \frac{1}{4}(\sqrt{6} + \sqrt{2})$

Contoh 3

Diketahui  $\alpha$  dan  $\beta$  adalah sudut-sudut lancip ( $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$  dan  $0 < \beta < \frac{\pi}{2}$ ). Jika

$\sin \alpha = \frac{7}{25}$  dan  $\sin \beta = \frac{3}{5}$ , hitunglah  $\cos (\alpha + \beta)$ .

Jawab

Dari  $\sin \alpha = \frac{7}{25}$ , diperoleh  $\cos \alpha = \frac{24}{25}$

Dari  $\sin \beta = \frac{3}{5}$ , diperoleh  $\cos \beta = \frac{4}{5}$

$\cos (\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$

$$= \frac{24}{25} \cdot \frac{4}{5} - \frac{7}{25} \cdot \frac{3}{5} = \frac{3}{5}$$

Jadi,  $\cos (\alpha + \beta) = \frac{3}{5}$

b. Rumus untuk  $\sin (\alpha \pm \beta)$

- Rumus untuk  $\sin (\alpha + \beta)$

$$\sin (\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

- Rumus untuk  $\sin (\alpha - \beta)$

$$\sin (\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta$$

Rumus di atas dapat dituliskan secara bersama sebagai berikut.

$$\sin (\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \cos \alpha \sin \beta$$

Contoh 4

Dengan menggunakan rumus  $\sin (\alpha \pm \beta)$ , jabarkan setiap bentuk berikut.

a)  $\sin (a^\circ + b^\circ)$

b)  $\sin \left( \frac{1}{3}\alpha - \frac{1}{4}\beta \right)$

Jawab

a)  $\sin (a^\circ + b^\circ) = \sin a^\circ \cos b^\circ + \cos a^\circ \sin b^\circ$

b)  $\sin \left( \frac{1}{3}\alpha - \frac{1}{4}\beta \right) = \sin \frac{1}{3}\alpha \cos \frac{1}{4}\beta - \cos \frac{1}{3}\alpha \sin \frac{1}{4}\beta$

Contoh 5

Tanpa menggunakan tabel trigonometri atau kalkulator, hitunglah nilai eksak dari  $\sin 15^\circ$

Jawab:

$$\sin 15^\circ = \sin (45^\circ - 30^\circ)$$

$$= \sin 45^\circ \cos 30^\circ - \cos 45^\circ \sin 30^\circ$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{1}{2}\sqrt{2} \cdot \frac{1}{2}\sqrt{3} - \frac{1}{2}\sqrt{2} \cdot \frac{1}{2} \\
 &= \frac{1}{4}\sqrt{2} (\sqrt{3} - 1)
 \end{aligned}$$

Jadi, nilai eksak dari  $\sin 15^\circ = \frac{1}{4}\sqrt{2} (\sqrt{3} - 1)$

Contoh 6

Diketahui  $\alpha$  dan  $\beta$  adalah sudut-sudut lancip ( $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$  dan  $0 < \beta < \frac{\pi}{2}$ ). Jika

$\cos \alpha = \frac{4}{5}$  dan  $\cos \beta = \frac{24}{25}$ , hitunglah  $\sin (\alpha + \beta)$

Jawab:

Untuk  $\cos \alpha = \frac{4}{5}$ , diperoleh  $\sin \alpha = \frac{3}{5}$

Untuk  $\cos \beta = \frac{24}{25}$ , diperoleh  $\sin \beta = \frac{7}{25}$

$\sin (\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{3}{5} \cdot \frac{24}{25} + \frac{4}{5} \cdot \frac{7}{25} \\
 &= \frac{100}{125} = \frac{4}{5}
 \end{aligned}$$

Jadi,  $\sin (\alpha + \beta) = \frac{4}{5}$ .

c. Rumus untuk  $\tan (\alpha \pm \beta)$

- Rumus untuk  $\tan (\alpha + \beta)$

$$\tan (\alpha + \beta) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta}$$

- Rumus untuk  $\tan (\alpha - \beta)$

$$\tan(\alpha - \beta) = \frac{\tan \alpha - \tan \beta}{1 + \tan \alpha \tan \beta}$$

Rumus di atas dapat dituliskan secara bersama sebagai berikut.

$$\tan(\alpha \pm \beta) = \frac{\tan \alpha \pm \tan \beta}{1 \mp \tan \alpha \tan \beta}$$

Contoh 7

Dengan menggunakan rumus  $\tan(\alpha \pm \beta)$ , jabarkan setiap bentuk berikut ini.

a)  $\tan(2a^\circ + 3b^\circ)$

b)  $\tan\left(A - \frac{1}{2}B\right)$

Jawab:

a)  $\tan(2a^\circ + 3b^\circ) = \frac{\tan 2a^\circ + \tan 3b^\circ}{1 + \tan 2a^\circ \tan 3b^\circ}$

b)  $\tan\left(A - \frac{1}{2}B\right) = \frac{\tan A - \tan \frac{1}{2}B}{1 + \tan A \tan \frac{1}{2}B}$

Contoh 8

Tanpa menggunakan tabel trigonometri atau kalkulator, hitunglah nilai eksak dari  $\tan 15^\circ$

Jawab:

$$\tan 15^\circ = \tan(45^\circ - 30^\circ)$$

$$= \frac{\tan 45^\circ - \tan 30^\circ}{1 + \tan 45^\circ \tan 30^\circ}$$



$$\begin{aligned}
 &= \frac{1 - \frac{1}{3}\sqrt{3}}{1 + 1 \cdot \frac{1}{3}\sqrt{3}} \\
 &= 2 - \sqrt{3}
 \end{aligned}$$

Jadi,  $\tan 15^\circ = 2 - \sqrt{3}$

Contoh 9

Diketahui  $\alpha$  dan  $\beta$  adalah sudut-sudut lancip ( $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$  dan  $0 < \beta < \frac{\pi}{2}$ ). Jika

$\sin \alpha = \frac{1}{\sqrt{5}}$  dan  $\sin \beta = \frac{1}{\sqrt{10}}$ , hitunglah  $\tan(\alpha - \beta)$

Jawab:

Dari  $\sin \alpha = \frac{1}{\sqrt{5}}$  diperoleh  $\tan \alpha = \frac{1}{2}$

Dari  $\sin \beta = \frac{1}{\sqrt{10}}$  diperoleh  $\tan \beta = \frac{1}{3}$ , maka

$$\tan(\alpha - \beta) = \frac{\tan \alpha - \tan \beta}{1 + \tan \alpha \tan \beta}$$

$$= \frac{\frac{1}{2} - \frac{1}{3}}{1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}}$$

$$= \frac{\frac{1}{6}}{\frac{7}{6}} = \frac{1}{7}$$

Jadi,  $\tan(\alpha - \beta) = \frac{1}{7}$ .

## 2. Rumus Trigonometri Sudut Ganda

### a. Rumus untuk $\sin 2\alpha$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

b. Rumus untuk  $\cos 2\alpha$

$$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$$

Bentuk lain untuk rumus  $\cos 2\alpha$  adalah

$$\cos 2\alpha = 2 \cos^2\alpha - 1 \text{ atau}$$

$$\cos 2\alpha = 1 - 2 \sin^2\alpha$$

c. Rumus untuk  $\tan 2\alpha$

$$\tan 2\alpha = \frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2\alpha}$$

Contoh 10

Diketahui  $\sin \alpha = 0,8$ , untuk  $0^\circ < \alpha < 90^\circ$ . Hitunglah nilai dari  $\tan 2\alpha$  !

Jawab:

Karena  $\sin \alpha = 0,8$ , berarti  $\cos \alpha = 0,6$

$$\text{Maka, } \tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{0,8}{0,6} = \frac{4}{3}$$

$$\begin{aligned} \tan 2\alpha &= \frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2\alpha} \\ &= \frac{2 \cdot \frac{4}{3}}{1 - \left(\frac{4}{3}\right)^2} \\ &= \frac{\frac{8}{3}}{\frac{9-16}{9}} = \frac{8}{3} \times \frac{9}{-7} = -\frac{24}{7} \end{aligned}$$

Jadi, nilai  $\tan 2\alpha = -\frac{24}{7}$ .

d. Rumus Sinus, Kosinus, dan Tangen Sudut  $\frac{1}{2}\theta$

- Rumus untuk  $\sin\frac{1}{2}\theta$

$$\sin\frac{1}{2}\theta = \pm\sqrt{\frac{1-\cos\theta}{2}}$$

- Rumus untuk  $\cos\frac{1}{2}\theta$

$$\cos\frac{1}{2}\theta = \pm\sqrt{\frac{1+\cos\theta}{2}}$$

- Rumus untuk  $\tan\frac{1}{2}\theta$

$$\tan\frac{1}{2}\theta = \pm\sqrt{\frac{1-\cos\theta}{1+\cos\theta}}$$

Rumus  $\tan\frac{1}{2}\theta$  dapat diubah dalam bentuk lain sebagai berikut.

$$\tan\frac{1}{2}\theta = \pm\frac{\sin\theta}{1+\cos\theta}$$

atau

$$\tan\frac{1}{2}\theta = \pm\frac{1-\cos\theta}{\sin\theta}$$

Contoh 11

Hitunglah nilai dari  $\sin 22,5^\circ$

Jawab:

$$\sin 22,5^\circ = \sin\frac{1}{2}45^\circ$$

$$= \pm \sqrt{\frac{1 - \cos 45^\circ}{2}}$$

$$= \pm \sqrt{\frac{1 - \frac{1}{2}\sqrt{2}}{2}}$$

$$= \pm \sqrt{\frac{2 - \sqrt{2}}{4}}$$

$$= \pm \frac{1}{2} \sqrt{2 - \sqrt{2}}$$

Jadi, nilai  $\sin 22,5 = \pm \frac{1}{2} \sqrt{2 - \sqrt{2}}$