

### Lampiran 1. Daftar Terjemah

No.	BAB	Kutipan	Hal.	Terjemah
1	I	Al-Qur'an Surah Al- Israa' ayat 12	3	“Dan Kami jadikan malam dan siang sebagai dua tanda, lalu Kami hapuskan tanda malam dan Kami jadikan tanda siang melihat agar kamu mencari karunia dari Tuhan kamu, dan supaya kamu mengetahui bilangan tahun-tahun dan perhitungan. Dan segala sesuatu telah Kami perinci dengan jelas”.
2	II	Schonfeld dalam jurnal Soffil Widadah	34	Metakognisi adalah berpikir tentang pikiran kita sendiri yang merupakan interaksi antara tiga aspek penting yaitu: pengetahuan tentang proses berpikir kita sendiri, pengontrolan atau pengaturan diri, serta keyakinan dan intuisi.
3	II	Schafersman dalam skripsi Risnanosanti	43	Berpikir kritis berarti berpikir dengan benar dalam mencari pengetahuan yang relevan dan reliabel tentang sesuatu di sekitar kita. Cara yang lain untuk mengartikannya berpikir kritis adalah masuk akal, reflektif, bertanggung jawab, dan berpikir cakap dan terampil dan semuanya dipusatkan untuk memutuskan apa yang harus dipercayai atau dilakukan

## **Lampiran 2. Pedoman Wawancara, Dokumentasi dan Observasi**

### **Pedoman Wawancara**

#### A. Untuk Ketua Jurusan Pendidikan Matematika

1. Bagaimana sejarah singkat berdirinya Jurusan Pendidikan Matematika?
2. Sejak kapan ibu menjabat sebagai ketua Jurusan Pendidikan Matematika?
3. Siapa saja nama-nama Ketua Jurusan Pendidikan Matematika sejak berdiri sampai sekarang?
4. Sejak kapan Jurusan Pendidikan Matematika mendapat akreditasi BAN-PT?

#### B. Untuk Dosen Pengajar Mata Kuliah Persamaan Diferensial

1. Bagaimana pembelajaran mata kuliah Persamaan Diferensial di Jurusan Pendidikan Matematika Fakultas Tarbiyah dan Keguruan UIN Antasari Banjarmasin?
2. Sejak kapan Bapak mengajar mata kuliah Persamaan Diferensial?
3. Adakah dosen lain yang mengajar mata kuliah Persamaan Diferensial?
4. Buku apa yang Bapak gunakan dalam mengajar mata kuliah Persamaan Diferensial?
5. Metode apa saja yang digunakan untuk mengajar mata kuliah Persamaan Diferensial?
6. Menurut Bapak, bagaimana dengan kemampuan mahasiswa dalam menyelesaikan soal-soal Persamaan Diferensial?
7. Menurut Bapak, apakah mahasiswa yang mengikuti perkuliahan Persamaan Diferensial mengalami kesulitan belajar? Jika iya/tidak, Penyebabnya?
8. Kendala apa saja yang sering Bapak alami dalam mengajar?

#### C. Untuk Tata Usaha

1. Bagaimana struktur organisasi/kepengurusan di Jurusan Pendidikan Matematika Fakultas Tarbiyah dan Keguruan UIN Antasari Banjarmasin?
2. Berapa jumlah tenaga pengajar, staf tata usaha dan karyawan lain serta pendidikan terakhirnya Jurusan Pendidikan Matematika Fakultas Tarbiyah dan Keguruan UIN Antasari Banjarmasin?
3. Berapa jumlah mahasiswa masing-masing kelas di Jurusan Pendidikan Matematika Fakultas Tarbiyah dan Keguruan UIN Antasari Banjarmasin?
4. Bagaimana keadaan sarana dan prasarana di Jurusan Pendidikan Matematika Fakultas Tarbiyah dan Keguruan UIN Antasari Banjarmasin?

#### D. Untuk Mahasiswa

1. Kemampuan Metakognisi
  - a) Apakah anda memahami masalah/soal yang diberikan?
  - b) Apakah anda dapat menentukan tujuan dari soal yang diberikan?
  - c) Sebelum anda menyajikan langkah penyelesaian, apakah anda memikirkan rencana penyelesaian sebelumnya?
  - d) Apakah anda dapat menemukan hubungannya dengan soal yang sudah pernah diselesaikan?
  - e) Apakah anda mengetahui mengapa menggunakan metode/langkah penyelesaian tersebut?
  - f) Apakah anda merasa menyajikan langkah penyelesaian dengan tepat?
  - g) Apakah anda berpikir tentang langkah penyelesaian yang lain?
  - h) Apakah anda menggunakan bahasa sendiri ketika menyelesaikan soal tersebut?

- i) Apakah anda meyakini langkah penyelesaian yang dipilih benar?
  - j) Apakah anda melakukan langkah-langkah penyelesaian dengan mantap?
  - k) Apakah anda mengecek kebenaran langkah-langkah penyelesaian yang telah anda kerjakan?
  - l) Bagaimana anda mengecek kebenaran langkah-langkah anda tersebut?
  - m) Bagaimana anda menganalisis kesesuaian rencana yang dibuat dengan pelaksanaan?
  - n) Apakah anda menetapkan hasil/kesimpulan?
  - o) Apakah anda mengecek kelebihan dan kekurangan yang sudah dilakukan?
  - p) Bagaimana anda mengecek kelebihan dan kekurangan yang sudah dilakukan?
  - q) Apakah anda memberikan kesimpulan akhir pada jawaban anda?
2. Berfikir Kritis
- a) Apakah anda mengidentifikasi permasalahan pada soal?
  - b) Apakah anda memberikan alasan berdasarkan fakta/bukti yang relevan pada setiap langkah penyelesaian dalam membuat keputusan maupun menetapkan kesimpulan?
  - c) Apakah anda membuat kesimpulan dengan tepat?
  - d) Apakah anda menggunakan semua informasi yang sesuai dengan permasalahan?
  - e) Apakah anda memberikan penjelasan yang lebih lanjut tentang apa yang dimaksudkan dalam kesimpulan yang dibuat?
  - f) Apakah anda meneliti/mengecek kembali secara menyeluruh mulai dari awal sampai akhir?

### **Pedoman Dokumentasi**

1. Dokumen tentang sejarah singkat Jurusan Pendidikan Matematika Fakultas Tarbiyah dan Keguruan UIN Antasari Banjarmasin
2. Dokumen tentang jumlah tenaga pengajar, staf tata usaha dan karyawan lainserta pendidikan terakhirnya di Jurusan Pendidikan Matematika Fakultas Tarbiyah dan Keguruan UIN Antasari Banjarmasin
3. Dokumen tentang jumlah mahasiswa secara keseluruhan dan mahasiswa Jurusan Pendidikan Matematika Fakultas Tarbiyah dan Keguruan UIN Antasari Banjarmasin

### **Pedoman Observasi**

1. Mengamati keadaan gedung dan lingkungan Jurusan Pendidikan Matematika Fakultas Tarbiyah dan Keguruan UIN Antasari Banjarmasin
2. Mengamaati sarana dan prasarana yang mendukung proses belajar mengajar
3. Mengamati keadaan tenaga pengajar, mahasiswa, dan staf tata usaha secara umum.

### Lampiran 3. Silabus Persamaan Diferensial

**SILABUS MATA KULIAH PERSAMAAN DIFERENSIAL  
FAKULTAS TARBIYAH DAN KEGURUAN JURUSAN PENDIDIKAN MATEMATIKA  
IAIN ANTASARI BANJARMASIN**

1. Mata Kuliah / Kode : Persamaan Diferensial/PMK 2413
2. Jumlah SKS : 3 SKS
3. Jurusan / Program Studi : PMTK/Pendidikan Matematika
4. Tujuan Mata Kuliah : Mahasiswa dapat memahami materi-materi dalam Persamaan Diferensial serta mampu menyelesaikan masalah-masalah yang berkaitan dengan persamaan diferensial.
5. Kompetensi Umum : Mahasiswa dapat :
  - 1) Memahami konsep dasar persamaan diferensial dan solusinya.
  - 2) Memahami bentuk-bentuk persamaan diferensial orde satu serta terampil dalam menentukan solusinya.
  - 3) Memahami aplikasi PD orde satu serta terampil dalam menentukan solusinya.
  - 4) Memahami persamaan diferensial orde dua serta terampil dalam menentukan solusinya.
  - 5) Memahami aplikasi PD orde dua serta terampil dalam menentukan solusinya.
  - 6) Memahami persamaan diferensial orde tinggi serta terampil dalam menyelesaikan dan menggunakannya.

## 6. Silabus Perkuliahan :

No	PERTEMUAN KE	KOMPETENSI DASAR	MATERI POKOK	INDIKATOR PENCAPAIAN HASIL PERKULIAHAN
1	2	3	4	5
1	I	Mahasiswa dapat memahami konsep dasar persamaan Diferensial dan solusinya	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Klasifikasi Persamaan Diferensial</li> <li>2. Orde dan Degre Persamaan Diferensial</li> <li>3. PDB Linier dan Tak Linier</li> <li>4. PDB Homogen dan Tak Homogen</li> </ol>	<p>Mahasiswa dapat :</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Memahami pengertian Persamaan Diferensial, Persamaan Diferensial Biasa (PDB) dan Persamaan Diferensial Parsial (PDP)</li> <li>2. Mengidentifikasi Orde dan Degre Persamaan Diferensial</li> <li>3. Mengidentifikasi PDB Linier dan PDB Tak Linier.</li> <li>4. Mengidentifikasi PDB Homogen dan PDB Tak Homogen</li> </ol>
2	II	Mahasiswa dapat memahami Konsep dasar Persamaan Diferensial dan solusinya.	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Solusi Persamaan Diferensial</li> <li>2. Metode Persamaan diferensial</li> <li>3. Menyusun Persamaan Diferensial</li> <li>4. Masalah Nilai Awal</li> </ol>	<p>Mahasiswa dapat :</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Memahami pengertian solusi persamaan diferensial</li> <li>2. Memahami cara menentukan Persamaan diferensial</li> <li>3. Menentukan persamaan diferensial dan solusi persamaan Persamaan Diferensial,</li> <li>4. Memahami masalah nilai awal.</li> </ol>
3	III	Mahasiswa dapat Memahami bentuk-bentuk persamaan diferensial orde satu serta terampil dalam menentukan solusinya	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. PD Variabel Terpisah</li> <li>2. PD Homogen</li> </ol>	<p>Mahasiswa dapat :</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Memahami PD variabel terpisah dan terampil dalam menentukan solusi PD nya.</li> <li>2. Memahami PD Homogen dan terampil dalam menentukan solusi PD nya.</li> </ol>
4	IV	Mahasiswa dapat Memahami bentuk-bentuk persamaan diferensial orde satu serta terampil dalam menentukan	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. PD dengan bentuk: <math>(ax+by+c)dx+(px+qy+r)dy=0</math></li> <li>2. PD dengan bentuk:</li> </ol>	<p>Mahasiswa dapat:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Memahami PD dengan bentuk <math>(ax+by+c)dx+(px+qy+r)dy=0</math> serta terampil dalam</li> </ol>

		solusinya	$yf(xy)dx + xg(xy)dy = 0$	menentukan solusi PD nya. 2. Memahami PD dengan bentuk: $yf(xy)dx + xg(xy)dy = 0$ serta terampil dalam menentukan solusi PD nya.
5	V	Mahasiswa dapat Memahami bentuk-bentuk persamaan diferensial orde satu serta terampil dalam menentukan solusinya	1. PD Eksak 2. Faktor Integrasi 3. PD Bernoulli	Mahasiswa dapat: 1. Mengidentifikasi PD Eksak dan terampil dalam menentukan solusi PD nya. 2. Menentukan faktor integrasinya serta terampil dalam menentukan solusi PD nya. 3. Memahami PD Orde satu dengan menggunakan menggunakan Metode Bernoulli
6	VI	Mahasiswa dapat memahami aplikasi PD Orde Satu serta terampil dalam menentukan solusinya.	1. Masalah Model Populasi 2. Masalah Bunga Bank	Mahasiswa dapat: 1. Menentukan solusinya dalam masalah model populasi 2. Menentukan solusinya dalam masalah bunga bank
7	VII	Mahasiswa dapat memahami aplikasi PD Orde Satu serta terampil dalam menentukan solusinya.	1. Masalah Mekanika 2. Masalah peluruhan	Mahasiswa dapat: 1. Menentukan solusinya dalam masalah mekanika 2. Menentukan solusinya dalam masalah peluruhan
8	VIII	Mahasiswa dapat Memahami persamaan diferensial orde dua serta terampil dalam menentukan solusinya	PD Linier Orde Dua Homogen dan Tak Homogen	Mahasiswa dapat : Memahami PD linier orde dua homogen dan tak homogen.
9	IX	Mahasiswa dapat Memahami persamaan diferensial orde dua serta terampil dalam menentukan solusinya	Solusi PD Linier Orde Dua Homogen dengan koefisien konstanta	Mahasiswa dapat: Menentukan solusi PD linier Orde dua homogen



10	X	Mahasiswa dapat Memahami persamaan diferensial orde dua serta terampil dalam menentukan solusinya	Solusi PD Linier Orde Dua Tak Homogen dengan koefisien konstanta	Mahasiswa dapat: Menentukan solusi PD Linier orde Dua Tak Homogen dengan menggunakan Metode Koefisien Tak Tentu, Kaidah Modifikasi dan Kaidah jumlah.
11	XI	Mahasiswa dapat memahami persamaan diferensial orde tinggi serta terampil dalam menyelesaikan dan menggunakannya.	1. PD linier orde- $n$ 2. PD linier homogen orde- $n$ dengan koefisien konstanta.	Mahasiswa dapat: 1. Memahami PD linier orde- $n$ 2. Memahami PD linier homogen orde- $n$ dengan koefisien konstanta.
12	XII	Mahasiswa dapat memahami persamaan diferensial orde tinggi serta terampil dalam menyelesaikan dan menggunakannya.	Solusi PD linier homogen orde- $n$ dengan koefisien konstanta.	Mahasiswa dapat: Menentukan solusi PD linier homogen orde- $n$ dengan koefisien konstanta.
13	XIII	Mahasiswa dapat memahami persamaan diferensial orde tinggi serta terampil dalam menyelesaikan dan menggunakannya.	PD Linier Tak Homogen Orde- $n$ dengan koefisien konstanta	Mahasiswa dapat : Memahami PD Linier Tak Homogen Orde- $n$ dengan koefisien konstanta
14	XIV	Mahasiswa dapat memahami persamaan diferensial orde tinggi serta terampil dalam menyelesaikan dan menggunakannya.	Metode Reduksi Orde	Mahasiswa dapat: Menggunakan metode Reduksi Orde untuk menentukan solusi dari PD nya.

7. Sistem Perkuliahan : - Metode yang digunakan  
- Bentuk Kegiatan  
- Evaluasi

## 8. Referensi

: 1) Buku wajib

1. Ayres. F. (1992). *Persamaan Diferensial dalam satuan metric SI*. PT Erlangga. Jakarta

2) Buku Anjuran :

1. Ross, S. L (1984). *Introduction to Ordinary Diferential Equation*. John Wiley & Sons, Inc. New york. U.S2. Farlow, S.J (1994). *An Introduction to Diferential Equation and applications*. McGraw-Hill. Inc.

Singapore.

Banjarmasin,  
Penyusun, TIM

**Lampiran 4. Soal Uji Coba Instrumen Tes**

**Kerjakan soal berikut dengan benar!**

1. Carilah solusi khusus dari PD Tak Homogen berikut ini:
  - a.  $y'' + y = x^2 e^x$
  - b.  $y'' - 3y' + 2y = e^x + e^{-x} + x + 1$
  - c.  $y'' + y' - 2y = 3 - 6x$
  - d.  $y'' + 3y' = \sin x + 2 \cos x$
2. Carilah solusi umum dari PD Tak Homogen dengan masalah awal dan tunjukkan bahwa solusi umum tersebut bersesuaian dengan PD Tak Homogen yang diberikan berikut ini:
  - a.  $y'' + 4y' + 4y = 2e^{2x}$  ,  $y(0) = 1$  dan  $y'(0) = -1$
  - b.  $y'' - 5y' + 6y = e^x(2x - 3)$  ,  $y(0) = 1$  dan  $y'(0) = 3$
  - c.  $y'' + y - 2y = 2x$  ,  $y(0) = 1$  dan  $y'(0) = 2$

### Lampiran 5. Kunci Jawaban Uji Coba Instrumen

1. Carilah solusi khusus dari PD Tak Homogen berikut ini:

a.  $y'' + y = x^2 e^x$

b.  $y'' - 3y' + 2y = e^x + e^{-x} + x + 1$

c.  $y'' + y' - 2y = 3 - 6x$

d.  $y'' + 3y' = \sin x + 2 \cos x$

#### Penyelesaian:

1. a. Diketahui : PD :  $y'' + y = x^2 e^x$

Ditanya : Solusi Khusus dari PD :  $y'' + y = x^2 e^x$

Jawab:

Solusi Khusus dari PD Tak Homogen sama halnya dengan hanya

Menentukan  $y_p$ -nya saja

Sehingga diperoleh, (Berdasarkan Metode Koefisien Tak Tentu dan Kaidah

#### Penjumlahan)

$$y_p = (k_2 x^2 + k_1 x + k_0) k e^x = k k_2 x^2 e^x + k k_1 x e^x + k k_0 e^x$$

$$y_p' = 2k k_2 x e^x + k k_2 x^2 e^x + k k_1 e^x + k k_1 x e^x + k k_0 e^x$$

$$y_p'' = 2k k_2 e^x + 2k k_2 x e^x + 2k k_2 x e^x + k k_2 x^2 e^x + k k_1 e^x + k k_1 e^x + k k_1 x e^x +$$

$k k_0 e^x$  (Substitusikan ke PD)

PD :  $y'' + y = x^2 e^x$ , diperoleh :

$$\Leftrightarrow 2k k_2 e^x + 2k k_2 x e^x + 2k k_2 x e^x + k k_2 x^2 e^x + k k_1 e^x + k k_1 e^x + k k_1 x e^x$$

$$+ k k_0 e^x + k k_2 x^2 e^x + k k_1 x e^x + k k_0 e^x = x^2 e^x$$

$$\Leftrightarrow 2k k_2 x^2 e^x + 4k k_2 x e^x + 2k k_1 x e^x + 2k k_2 e^x + 2k k_1 e^x + k k_0 e^x = x^2 e^x$$

$$\Leftrightarrow (2k_2 x^2 + (4k_2 + 2k_1)x + (2k_2 + 2k_1 + 2k_0)) k e^x = x^2 e^x$$

dari persamaan di atas diperoleh:

$$2k_2x^2 + (4k_2 + 2k_1)x + (2k_2 + 2k_1 + 2k_0) = x^2 \text{ dan } ke^x = e^x$$

$$*) 2k_2x^2 = x^2 \leftrightarrow 2k_2 = 1 \leftrightarrow k_2 = \frac{1}{2}$$

$$**) (4k_2 + 2k_1)x = 0 \leftrightarrow 4k_2 + 2k_1 = 0 \leftrightarrow 4\left(\frac{1}{2}\right) + 2k_1 = 0 \leftrightarrow 2 + 2k_1 = 0$$

$$\leftrightarrow 2k_1 = -2 \leftrightarrow k_1 = -\frac{2}{2} \leftrightarrow k_1 = -1$$

$$***) 2k_2 + 2k_1 + 2k_0 = 0 \leftrightarrow 2\left(\frac{1}{2}\right) + 2(-1) + 2k_0 = 0 \leftrightarrow 1 - 2 + 2k_0 = 0$$

$$\leftrightarrow -1 + 2k_0 = 0 \leftrightarrow 2k_0 = 1 \leftrightarrow k_0 = \frac{1}{2}$$

$$*****) ke^x = e^x \leftrightarrow k = 1$$

Substitusikan nilai di atas ke  $y_p = (k_2x^2 + k_1x + k_0) ke^x$  diperoleh:

$$y_p = \left(\frac{1}{2}x^2 - x + \frac{1}{2}\right) 1e^x$$

**Jadi, Solusi Khusus dari PD di atas adalah  $y_p = \frac{1}{2}x^2e^x - xe^x + \frac{1}{2}e^x$**

1. b. Diketahui : PD :  $y'' - 3y' + 2y = e^x + e^{-x} + x + 1$

Ditanya : Solusi Khusus dari PD :  $y'' - 3y' + 2y = e^x + e^{-x} + x + 1$

Jawab:

Solusi Khusus dari PD Tak Homogen sama halnya dengan hanya Menentukan  $y_p$ -nya saja.

Sehingga diperoleh, (**Berdasarkan Metode Koefisien Tak Tentu, Kaidah Modifikasi dan Kaidah Penjumlahan**)

$$y_p = kxe^x + ke^{-x} + k_1x + k_0$$

$$y_p' = ke^x + kxe^x - ke^{-x} + k_1$$

$$y_p'' = ke^x + ke^x + kxe^x + ke^{-x} \text{ (Substitusikan ke PD)}$$

PD :  $y'' - 3y' + 2y = e^x + e^{-x} + x + 1$ , diperoleh :

$$\Leftrightarrow ke^x + ke^x + kxe^x + ke^{-x} - 3(ke^x + kxe^x - ke^{-x} + k_1) + 2(kxe^x + ke^{-x} + k_1x + k_0) = e^x + e^{-x} + x + 1$$

$$\Leftrightarrow 2ke^x + kxe^x + ke^{-x} - 3ke^x - 3kxe^x + 3ke^{-x} - 3k_1 + 2kxe^x + 2ke^{-x} + 2k_1x + 2k_0 = e^x + e^{-x} + x + 1$$

$$\Leftrightarrow -ke^x + 6ke^{-x} + 2k_1x - k_0 = e^x + e^{-x} + x + 1$$

dari persamaan di atas diperoleh:

$$*) -ke^x = e^x \Leftrightarrow -k = 1 \Leftrightarrow k = -1$$

$$**) 6ke^{-x} = e^{-x} \Leftrightarrow 6k = 1 \Leftrightarrow k = \frac{1}{6}$$

$$***) 2k_1x = x \Leftrightarrow 2k_1 = 1 \Leftrightarrow k_1 = \frac{1}{2}$$

$$****) -k_0 = 1 \Leftrightarrow k_0 = -1$$

Substitusikan nilai di atas ke  $y_p = kxe^x + ke^{-x} + k_1x + k_0$  diperoleh:

$$y_p = -xe^x + \frac{1}{6}e^{-x} + \frac{1}{2}x - 1$$

**Jadi, Solusi Khusus dari PD di atas adalah  $y_p = -xe^x + \frac{1}{6}e^{-x} + \frac{1}{2}x - 1$**

1. c. Diketahui : PD :  $y'' + y' - 2y = 3 - 6x$

Ditanya : Solusi Khusus dari PD :  $y'' + y' - 2y = 3 - 6x$

Jawab:

Solusi Khusus dari PD Tak Homogen sama halnya dengan hanya

Menentukan  $y_p$ -nya saja

Sehingga diperoleh, (**Berdasarkan Metode Koefisien Tak Tentu**)

$$y_p = -(k_1x + k_0) = -k_1x - k_0$$

$$y_p' = -k_1$$

$$y_p'' = 0$$

(Substitusikan ke PD)

PD :  $y'' + y' - 2y = 3 - 6x$  diperoleh :

$$\leftrightarrow 0 + (-k_1) - 2(-k_1x - k_0) = 3 - 6x$$

$$\leftrightarrow -k_1 + 2k_1x + 2k_0 = 3 - 6x$$

$$\leftrightarrow -k_1 + 2k_0 + 2k_1x = 3 - 6x$$

dari persamaan di atas diperoleh:

$$(-k_1 + 2k_0) + 2k_1x = 3 - 6x$$

$$*) 2k_1x = -6x \leftrightarrow 2k_1 = -6 \leftrightarrow k_1 = \frac{-6}{2} \leftrightarrow k_1 = -3$$

$$**) -k_1 + 2k_0 = 3 \leftrightarrow -(-3) + 2k_0 = 3 \leftrightarrow 3 + 2k_0 = 3 \leftrightarrow 2k_0 = 3 - 3$$

$$\leftrightarrow 2k_0 = 0 \leftrightarrow k_0 = \frac{0}{2} \leftrightarrow k_0 = 0$$

Substitusikan nilai di atas ke  $y_p = -k_1x - k_0$  diperoleh:

$$y_p = -(-3) - 0 = 3$$

**Jadi, Solusi Khusus dari PD di atas adalah  $y_p = 3$**

1. d. Diketahui : PD :  $y'' + 3y' = \sin x + 2 \cos x$

Ditanya : Solusi Khusus dari PD :  $y'' + 3y' = \sin x + 2 \cos x$

Jawab:

Solusi Khusus dari PD Tak Homogen sama halnya dengan hanya

Menentukan  $y_p$ -nya saja

Sehingga diperoleh, (**Berdasarkan Metode Koefisien Tak Tentu dan kaidah Penjumlahan**)

$$y_p = m \cos x + n \sin x + m \cos x + n \sin x = 2m \cos x + 2n \sin x$$

$$y'_p = -2m \sin x + 2n \cos x$$

$$y''_p = -2m \cos x - 2n \sin x \quad (\text{Substitusikan ke PD})$$

PD :  $y'' + 3y' = \sin x + 2 \cos x$ , diperoleh :

$$\Leftrightarrow -2m \cos x - 2n \sin x + 3(-2m \sin x + 2n \cos x) = \sin x + 2 \cos x$$

$$\Leftrightarrow -2m \cos x - 2n \sin x - 6m \sin x + 6n \cos x = \sin x + 2 \cos x$$

$$\Leftrightarrow (-2n - 6m) \sin x + (6n - 2m) \cos x = \sin x + 2 \cos x$$

dari persamaan di atas diperoleh:

$$-2n - 6m = 1 \dots (i)$$

$$6m - 2n = 2 \dots (ii)$$

Eliminasi Persamaan (i) dan (ii) diperoleh :

$$\begin{array}{r|l} -2n - 6m = 1 & \times 3 \\ 6m - 2n = 2 & \times 1 \end{array} \quad \left| \begin{array}{l} -6n - 18m = 3 \\ 6n - 2m = 2 \\ \hline -20m = 5 \end{array} \right. \quad +$$

$$m = \frac{5}{-20} = -\frac{1}{4}$$

Substitusikan nilai  $m = -\frac{1}{4}$  ke persamaan (i), diperoleh:

$$\begin{aligned} -2n - 6m = 1 &\Leftrightarrow -2n - 6\left(-\frac{1}{4}\right) = 1 \Leftrightarrow -2n + \frac{6}{4} = 1 \Leftrightarrow -2n + \frac{3}{2} = 1 \\ \Leftrightarrow -2n &= 1 - \frac{3}{2} \Leftrightarrow -2n = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow n = -\frac{1}{2} \times -\frac{2}{1} \Leftrightarrow n = 1 \end{aligned}$$

Substitusikan nilai m dan n di atas ke  $y_p = 2m \cos x + 2n \sin x$  diperoleh:

$$y_p = 2\left(-\frac{1}{4}\right) \cos x + 2(1) \sin x$$

$$y_p = -\frac{1}{2} \cos x + 2 \sin x$$



Jadi, Solusi Khusus dari PD di atas adalah  $y_p = -\frac{1}{2} \cos x + 2 \sin x$

2. Carilah solusi umum dari PD Tak Homogen dengan masalah awal dan tunjukkan bahwa solusi umum tersebut bersesuaian dengan PD Tak Homogen yang diberikan berikut ini:

a.  $y'' + 4y' + 4y = 2e^{2x}$  ,  $y(0) = 1$  dan  $y'(0) = -1$

b.  $y'' - 5y' + 6y = e^x(2x - 3)$  ,  $y(0) = 1$  dan  $y'(0) = 3$

c.  $y'' + y - 2y = 2x$  ,  $y(0) = 1$  dan  $y'(0) = 2$

**Penyelesaian:**

2. a. Diketahui : PD :  $y'' + 4y' + 4y = 2e^{2x}$

dengan syarat awal  $y(0) = 1$  dan  $y'(0) = -1$

Ditanya : Solusi Umum dengan masalah awal

dari PD  $y'' + 4y' + 4y = 2e^{2x}$

Jawab:

**Untuk menentukan Solusi Umum PD di atas menggunakan Metode**

**Koefisien Tak Tentu**

PD :  $y'' + 4y' + 4y = 2e^{2x}$

**Solusi Umum  $y = y_c + y_p$**

**\*) Menentukan  $y_c$**

PD homogen  $y'' + 4y' + 4y = 0$

Persamaan karakteristik  $\ddot{e}^2 + 4\dot{e} + 4 = 0$

Diskriminan,  $D = 16 - 16 = 0$ ,  $D = 0$

Akar-akar persamaan karakteristiknya adalah  $\ddot{e}_1 = \ddot{e}_2 = -2$

Jadi, solusi umum PD homogen, atau  $y_c = c_1e^{-2x} + c_2xe^{-2x}$

**\*\*\*) Menentukan  $y_p$**

$$y_p = ke^{2x}$$

$$y_p' = 2ke^{2x}$$

$$y_p'' = 4ke^{2x} \text{ (Substitusikan ke PD) diperoleh :}$$

$$\text{PD : } y'' + 4y' + 4y = 2e^{2x}$$

$$\Leftrightarrow 4ke^{2x} + 8ke^{2x} + 4ke^{2x} = 2e^{2x}$$

$$\Leftrightarrow 16ke^{2x} = 2e^{2x}$$

$$\Leftrightarrow 16k = 2$$

$$\Leftrightarrow k = \frac{2}{16}$$

$$\Leftrightarrow k = \frac{1}{8}$$

$$y_p = ke^{2x} \rightarrow y_p = \frac{1}{8}e^{2x}$$

Jadi, solusi khusus PD tak homogen atau  $y_p = \frac{1}{8}e^{2x}$

**Jadi, Solusi Umum dari PD tersebut adalah  $y = c_1e^{-2x} + c_2xe^{-2x} + \frac{1}{8}e^{2x}$**

Dari yang diketahui, PD memiliki syarat awal yaitu  $y(0) = 1$  dan  $y'(0) = -1$

untuk menentukan nilai  $c_1$  dan  $c_2$

$$y = c_1e^{-2x} + c_2xe^{-2x} + \frac{1}{8}e^{2x}$$

Substitusikan syarat awal yang pertama  $y(0) = 1$ , diperoleh

$$\Leftrightarrow 1 = c_1e^{-2(0)} + c_2xe^{-2(0)} + \frac{1}{8}e^{2(0)}$$

$$\Leftrightarrow 1 = c_1 + \frac{1}{8}$$

$$\leftrightarrow c_1 = 1 - \frac{1}{8}$$

$$\leftrightarrow c_1 = \frac{8}{8} - \frac{1}{8}$$

$$\leftrightarrow c_1 = \frac{7}{8}$$

$$y' = -2c_1e^{-2x} + c_2e^{-2x} - 2c_2xe^{-2x} + \frac{1}{4}e^{2x}$$

Substitusikan syarat awal yang kedua  $y'(0) = -1$  dan nilai  $c_1 = \frac{7}{8}$ , diperoleh

$$\leftrightarrow -1 = -2c_1e^{-2(0)} + c_2e^{-2(0)} - 2c_2(0)e^{-2(0)} + \frac{1}{4}e^{2(0)}$$

$$\leftrightarrow -1 = -2c_1 + c_2 + \frac{1}{4}$$

$$\leftrightarrow -1 = -2\left(\frac{7}{8}\right) + c_2 + \frac{1}{4}$$

$$\leftrightarrow -1 = -\frac{7}{4} + \frac{1}{4} + c_2$$

$$\leftrightarrow -1 = -\frac{3}{2} + c_2$$

$$\leftrightarrow c_2 = \frac{3}{2} - 1$$

$$\leftrightarrow c_2 = \frac{3}{2} - \frac{2}{2}$$

$$\leftrightarrow c_2 = \frac{1}{2}$$

Substitusikan nilai  $c_1$  dan  $c_2$  ke solusi umum sehingga diperoleh

$$y = \left(\frac{7}{8}\right)e^{-2x} + \left(\frac{1}{2}\right)xe^{-2x} + \frac{1}{8}e^{2x}$$

**Jadi, Solusi Umum dengan masalah nilai awal dari PD di atas adalah**

$$y = \frac{7}{8}e^{-2x} + \frac{1}{2}xe^{-2x} + \frac{1}{8}e^{2x}$$

Selanjutnya akan di tunjukkan bahwa solusi umum  $y = \frac{7}{8}e^{-2x} + \frac{1}{2}xe^{-2x} + \frac{1}{8}e^{2x}$ ,

bersesuaian dengan PD  $y'' + 4y' + 4y = 2e^{2x}$ .

$$y = \frac{7}{8}e^{-2x} + \frac{1}{2}xe^{-2x} + \frac{1}{8}e^{2x}$$

$$y' = -\frac{7}{4}e^{-2x} + \frac{1}{2}e^{-2x} - xe^{-2x} + \frac{1}{4}e^{2x}$$

$$y'' = \frac{7}{2}e^{-2x} - e^{-2x} - e^{-2x} + 2xe^{-2x} + \frac{1}{2}e^{2x}$$

Substitusikan ke PD  $y'' + 4y' + 4y = 2e^{2x}$ , diperoleh

$$\begin{aligned} &\leftrightarrow \frac{7}{2}e^{-2x} - e^{-2x} - e^{-2x} - 2xe^{-2x} + \frac{1}{2}e^{2x} \\ &+ 4\left(-\frac{7}{4}e^{-2x} + \frac{1}{2}e^{-2x} - xe^{-2x} + \frac{1}{4}e^{2x}\right) + 4\left(\frac{7}{8}e^{-2x} + \frac{1}{2}xe^{-2x} + \frac{1}{8}e^{2x}\right) \\ &\leftrightarrow \frac{7}{2}e^{-2x} - e^{-2x} - e^{-2x} - 2xe^{-2x} + \frac{1}{2}e^{2x} - 7e^{-2x} + 2e^{-2x} - 4xe^{-2x} + e^{2x} \\ &+ \frac{7}{2}e^{-2x} + 2xe^{-2x} + \frac{1}{2}e^{2x} \\ &\leftrightarrow \left(\frac{7}{2}e^{-2x} - e^{-2x} - e^{-2x} - 7e^{-2x} + 2e^{-2x} + \frac{7}{2}e^{-2x}\right) \\ &+ (2xe^{-2x} - 4xe^{-2x} + 2xe^{-2x}) + \left(\frac{1}{2}e^{2x} + e^{2x} + \frac{1}{2}e^{2x}\right) = 2e^{2x} \\ &\leftrightarrow 9e^{-2x} - 9e^{-2x} + 4xe^{-2x} - 4xe^{-2x} + 2e^{2x} - 2e^{2x} = 0 \\ &\leftrightarrow 0 = 0 \end{aligned}$$

**Jadi, Terbukti bahwa Solusi Umum bersesuaian dengan PD yang diberikan.**

2. b. Diketahui : PD :  $y'' - 5y' + 6y = e^x(2x - 3)$

dengan syarat awal  $y(0) = 1$  dan  $y'(0) = 3$

Ditanya : Solusi Umum dengan masalah awal

dari PD  $y'' - 5y' + 6y = e^x(2x - 3)$

Jawab:

**Untuk menentukan Solusi Umum PD di atas menggunakan Metode**

**Koefisien Tak Tentu dan Kaidah Jumlah**

PD :  $y'' - 5y' + 6y = e^x(2x - 3)$

**Solusi Umum  $y = y_c + y_p$**

**\*) Menentukan  $y_c$**

PD homogen  $y'' - 5y' + 6y = 0$

Persamaan karakteristik  $\ddot{e}^2 - 5\ddot{e} + 6 = 0$

Diskriminan,  $D = 25 - 24 = 1, D > 0$

Akar-akar persamaan karakteristiknya adalah  $\ddot{e}_1 = 2 \quad \ddot{e}_2 = 3$

Jadi, solusi umum PD homogen, atau  $y_c = c_1 e^{2x} + c_2 e^{3x}$

**\*\*\*) Menentukan  $y_p$**

$$y_p = k e^x (k_1 x + k_0) = k k_1 x e^x + k k_0 e^x$$

$$y_p' = k k_1 e^x + k k_1 x e^x + k k_0 e^x$$

$$y_p'' = k k_1 e^x + k k_1 e^x + k k_1 x e^x + k k_0 e^x \text{ (Substitusikan ke PD) diperoleh :}$$

$$\text{PD : } y'' - 5y' + 6y = e^x(2x - 3)$$

$$\Leftrightarrow 2k k_1 e^x + k k_1 x e^x + k k_0 e^x - 5(k k_1 e^x + k k_1 x e^x + k k_0 e^x)$$

$$+ 6(k k_1 x e^x + k k_0 e^x) = e^x(2x - 3)$$

$$\Leftrightarrow 2k k_1 e^x + k k_1 x e^x + k k_0 e^x - 5k k_1 e^x - 5k k_1 x e^x - 5k k_0 e^x$$

$$+ 6k k_1 x e^x + 6k k_0 e^x = e^x(2x - 3)$$

$$\Leftrightarrow -3k k_1 e^x + 2k k_1 x e^x + 2k k_0 e^x = e^x(2x - 3)$$

$$\Leftrightarrow k e^x(2k_1 x - 3k_1 + 2k_0) = e^x(2x - 3)$$

Dari persamaan di atas, diperoleh:

$$k e^x = e^x \text{ dan } 2k_1 x - 3k_1 + 2k_0 = 2x - 3$$

$$*) k e^x = e^x \Leftrightarrow k = 1$$

$$**) 2k_1 x = 2x \Leftrightarrow 2k_1 = 2 \Leftrightarrow k_1 = \frac{2}{2} \Leftrightarrow k_1 = 1$$

$$***) -3k_1 + 2k_0 = -3 \leftrightarrow -3(1) + 2k_0 = -3 \leftrightarrow -3 + 2k_0 = -3$$

$$\leftrightarrow 2k_0 = -3 + 3 \leftrightarrow 2k_0 = 0 \leftrightarrow k_0 = 0$$

Substitusikan nilai di atas ke  $y_p = ke^x(k_1x + k_0)$ , diperoleh:

$$y_p = 1e^x(1x + 0)$$

Jadi, solusi khusus PD tak homogen atau  $y_p = xe^x$

**Jadi, Solusi Umum dari PD tersebut adalah  $y = c_1e^{2x} + c_2e^{3x} + xe^x$**

Dari yang diketahui, PD memiliki syarat awal yaitu  $y(0) = 1$  dan  $y'(0) = 3$

untuk menentukan nilai  $c_1$  dan  $c_2$

$$y = c_1e^{2x} + c_2e^{3x} + xe^x$$

Substitusikan syarat awal yang pertama  $y(0) = 1$ , diperoleh

$$\leftrightarrow 1 = c_1e^{2(0)} + c_2e^{3(0)} + (0)e^{(0)}$$

$$\leftrightarrow 1 = c_1 + c_2$$

$$\leftrightarrow c_1 + c_2 = 1 \dots (i)$$

$$y' = 2c_1e^{2x} + 3c_2e^{3x} + e^x + xe^x$$

Substitusikan syarat awal yang kedua  $y'(0) = 3$ , diperoleh:

$$\leftrightarrow 3 = 2c_1e^{2(0)} + 3c_2e^{3(0)} + e^{(0)} + (0)e^{(0)}$$

$$\leftrightarrow 3 = 2c_1 + 3c_2 + 1$$

$$\leftrightarrow 2c_1 + 3c_2 = 3 - 1$$

$$\leftrightarrow 2c_1 + 3c_2 = 2 \dots (ii)$$

Eliminasi Persamaan (i) dan (ii) diperoleh :

$$\begin{array}{r|l} c_1 + c_2 = 1 & \times 2 \\ 2c_1 + 3c_2 = 2 & \times 1 \end{array} \quad \left| \quad \begin{array}{l} 2c_1 + 2c_2 = 2 \\ 2c_1 + 3c_2 = 2 \end{array} \right. \quad \underline{\hspace{1cm}}$$

$$-c_2 = 0$$

$$c_2 = 0$$

Substitusikan nilai  $c_2 = 0$  ke persamaan (i), diperoleh:

$$c_1 + c_2 = 1 \leftrightarrow c_1 + 0 = 1 \leftrightarrow c_1 = 1$$

Susbtitusikan nilai  $c_1$  dan  $c_2$  ke solusi umum, sehingga diperoleh

$$y = (1)e^{2x} + (0)e^{3x} + xe^x$$

$$y = e^{2x} + xe^x$$

**Jadi, Solusi umum dengan masalah nilai awal dari PD di atas adalah**

$$y = e^{2x} + xe^x$$

Selanjutnya akan di tunjukkan bahwa solusi umum  $y = e^{2x} + xe^x$ , bersesuaian

dengan PD  $y'' - 5y' + 6y = e^x(2x - 3)$

$$y = e^{2x} + xe^x$$

$$y' = 2e^{2x} + e^x + xe^x$$

$$y'' = 4e^{2x} + e^x + e^x + xe^x$$

Substitusikan ke PD  $y'' - 5y' + 6y = e^x(2x - 3)$ , diperoleh:

$$\Leftrightarrow 4e^{2x} + e^x + e^x + xe^x - 5(2e^{2x} + e^x + xe^x) + 6(e^{2x} + xe^x)$$

$$= e^x(2x - 3)$$

$$\Leftrightarrow 4e^{2x} + 2e^x + xe^x - 10e^{2x} - 5e^x - 5xe^x + 6e^{2x} + 6xe^x = e^x(2x - 3)$$

$$\Leftrightarrow 10e^{2x} - 10e^{2x} + 7xe^x - 5xe^x - 5e^x + 2e^x = 2xe^x - 3e^x$$

$$\Leftrightarrow 2xe^x - 3e^x = 2xe^x - 3e^x$$

$$\Leftrightarrow 0 = 0$$

**Jadi, Terbukti bahwa Solusi Umum bersesuaian dengan PD yang diberikan.**

2. c. Diketahui : PD :  $y'' + 16y = 5 \sin x$

dengan syarat awal  $y(0) = 0$  dan  $y'(0) = 0$

Ditanya : Solusi Umum dengan masalah awal

dari PD  $y'' + 16y = 5 \sin x$

Jawab:

**Untuk menentukan Solusi Umum PD di atas menggunakan Metode**

**Koefisien Tak Tentu**

PD :  $y'' + 16y = 5 \sin x$

**Solusi Umum  $y = y_c + y_p$**

**\*) Menentukan  $y_c$**

PD homogen  $y'' + 16y = 0$

Persamaan karakteristik  $\ddot{e}^2 + 0\ddot{e} + 16 = 0$

Diskriminan,  $D = 0 - 64 = -64$ ,  $D < 0$

Akar-akar persamaan karakteristiknya adalah  $\ddot{e}_1 = 0 + 3i$  dan  $\ddot{e}_2 = 0 - 3i$

Jadi, solusi umum PD homogen, atau  $y_c = A \cos 4x + B \sin 4x$

**\*\*\*) Menentukan  $y_p$**

$$y_p = m \cos x + n \sin x$$

$$y_p' = -m \sin x + n \cos x$$

$$y_p'' = -m \cos x - n \sin x$$

(Substitusikan ke PD) diperoleh :

$$\text{PD : } y'' + 16y = 5 \sin x$$

$$\Leftrightarrow -m \cos x - n \sin x + 16(m \cos x + n \sin x) = 5 \sin x$$

$$\Leftrightarrow -m \cos x - n \sin x + 16m \cos x + 16n \sin x = 5 \sin x$$

$$\Leftrightarrow 15m \cos x + 15n \sin x = 5 \sin x$$

Dari persamaan di atas diperoleh:

$$15n \sin x = 5 \sin x \Leftrightarrow 15n = 5 \Leftrightarrow n = \frac{5}{15} \Leftrightarrow n = \frac{1}{3}$$

$$\Leftrightarrow y_p = m \cos x + n \sin x \rightarrow y_p = \frac{1}{3} \sin x$$

Jadi, solusi khusus PD tak homogen atau  $y_p = \frac{1}{3} \sin x$

**Jadi, Solusi Umum dari PD tersebut adalah**



$$y = A \cos 4x + B \sin 4x + \frac{1}{3} \sin x$$

Dari yang diketahui, PD memiliki syarat awal yaitu  $y(0) = 0$  dan  $y'(0) = 0$  untuk menentukan nilai A dan B

$$y = A \cos 4x + B \sin 4x + \frac{1}{3} \sin x$$

Substitusikan syarat awal yang pertama  $y(0) = 0$ , diperoleh

$$\leftrightarrow 0 = A \cos 4(0) + B \sin 4(0) + \frac{1}{3} \sin (0)$$

$$\leftrightarrow 0 = A + 0 + 0$$

$$\leftrightarrow A = 0$$

$$y' = \cos 4x - 4A \sin 4x + \sin 4x + 4B \cos 4x + \frac{1}{3} \cos x$$

Substitusikan syarat awal yang kedua  $y'(0) = 0$  dan nilai  $A = 0$ , diperoleh

$$\leftrightarrow 0 = \cos 4(0) - 4(0) \sin 4(0) + \sin 4(0) + 4B \cos 4(0) + \frac{1}{3} \cos(0)$$

$$\leftrightarrow 0 = 1 - 0 + 0 + 4B + \frac{1}{3}$$

$$\leftrightarrow 0 = \frac{4}{3} + 4B$$

$$\leftrightarrow 4B = -\frac{4}{3}$$

$$\leftrightarrow B = -\frac{1}{3}$$

Substitusikan nilai A dan B ke solusi umum sehingga diperoleh

$$y = (0) \cos 4x \pm \left(\frac{1}{3}\right) \sin 4x + \frac{1}{3} \sin x$$

**Jadi, Solusi Umum dengan masalah nilai awal dari PD di atas adalah**

$$y = -\frac{1}{3} \sin 4x + \frac{1}{3} \sin x$$

Selanjutnya akan di tunjukkan bahwa solusi umum  $y = -\frac{1}{3} \sin 4x + \frac{1}{3} \sin x$ ,

bersesuaian dengan PD  $y'' + 16y = 5 \sin x$ .

$$y = -\frac{1}{3} \sin 4x + \frac{1}{3} \sin x$$

$$y' = -\frac{4}{3} \cos 4x + \frac{1}{3} \cos x$$

$$y'' = \frac{16}{3} \sin 4x - \frac{1}{3} \sin x$$

Substitusikan ke PD  $y'' + 16y = 5 \sin x$  diperoleh

$$\Leftrightarrow \frac{16}{3} \sin 4x - \frac{1}{3} \sin x + 16 \left( -\frac{1}{3} \sin 4x + \frac{1}{3} \sin x \right) = 5 \sin x$$

$$\Leftrightarrow \frac{16}{3} \sin 4x - \frac{1}{3} \sin x - \frac{16}{3} \sin 4x + \frac{16}{3} \sin x = 5 \sin x$$

$$\Leftrightarrow \frac{15}{3} \sin x = 5 \sin x$$

$$\Leftrightarrow 5 \sin x - 5 \sin x = 0$$

$$\Leftrightarrow 0 = 0$$

**Jadi, Terbukti bahwa Solusi Umum bersesuaian dengan PD yang diberikan.**

**Lampiran 6. Data Hasil Uji Coba Instrumen Tes pada Mahasiswa Angkatan 2013 dan 2014 Jurusan PMTK**

**Butir Soal Nomor 1 (Kemampuan Metakognisi)**

No.	Responden	Butir Soal				Skor Total
		1.a	1.b	1.c	1.d	
1	R1	12	12	10	12	46
2	R2	12	12	8	12	44
3	R3	10	10	8	12	40
4	R4	9	9	6	9	33
5	R5	9	9	6	9	33
6	R6	12	12	8	9	41
7	R7	8	8	4	8	28
8	R8	6	9	6	6	27
9	R9	9	9	6	9	33
10	R10	12	9	9	12	42
11	R11	12	4	4	12	32
12	R12	9	9	8	4	30
13	R13	11	11	11	11	44
14	R14	12	12	8	6	38
15	R15	10	9	8	6	33
16	R16	11	11	8	11	41
17	R17	12	12	10	12	46
18	R18	10	10	9	11	40
19	R19	11	11	8	12	42
20	R20	11	11	9	8	39
$\Sigma$		208	199	154	191	752

**Butir Soal Nomor 2 (Kemampuan Metakognisi)**

No.	Responden	Butir Soal			Skor Total
		2.1	2.b	2.c	
1	R1	15	13	15	43
2	R2	15	13	15	43
3	R3	12	13	13	38
4	R4	12	7	7	26
5	R5	11	11	11	33
6	R6	16	14	14	44
7	R7	9	9	9	27
8	R8	12	6	9	27
9	R9	7	10	10	27
10	R10	16	9	13	38

11	R11	14	5	11	30
12	R12	16	5	7	28
13	R13	15	15	15	45
14	R14	11	13	11	35
15	R15	11	11	11	33
16	R16	16	13	13	42
17	R17	14	9	9	32
18	R18	12	12	12	36
19	R19	16	5	11	32
20	R20	16	10	11	37
$\Sigma$		266	203	227	696

**Butir Soal Nomor 2 (Berfikir Kritis)**

No.	Responden	Butir Soal			Skor Total
		2.a	2.b	2.c	
1	R1	23	19	24	66
2	R2	23	20	20	63
3	R3	24	20	18	62
4	R4	24	24	24	72
5	R5	23	18	20	61
6	R6	16	18	18	56
7	R7	20	17	20	57
8	R8	19	15	20	54
9	R9	24	20	24	68
10	R10	17	18	21	57
11	R11	23	23	20	66
12	R12	18	19	16	53
13	R13	21	18	17	56
14	R14	23	20	23	66
15	R15	20	18	20	58
16	R16	18	15	18	51
17	R17	24	22	18	64
18	R18	21	18	23	62
19	R19	24	18	20	62
20	R20	21	18	22	61
$\Sigma$		431	378	406	1215

### Lampiran 7. Perhitungan Validitas Butir Soal Instrumen Tes

#### Butir Soal Nomor 1 (Kemampuan Metakognisi)

Hasil  $r$  tabel untuk  $N = 20$  adalah 0,444

Butir Soal Nomor 1.a

N	X	Y	X <sup>2</sup>	Y <sup>2</sup>	XY
1	12	46	144	2116	552
2	12	44	144	1936	528
3	10	40	100	1600	400
4	9	33	81	1089	297
5	9	33	81	1089	297
6	12	41	144	1681	492
7	8	28	64	784	224
8	6	27	36	729	162
9	9	33	81	1089	297
10	12	42	144	1764	504
11	12	32	144	1024	384
12	9	30	81	900	270
13	11	44	121	1936	484
14	12	38	144	1444	456
15	10	33	100	1089	330
16	11	41	121	1681	451
17	12	46	144	2116	552
18	10	39	100	1521	390
19	11	42	121	1764	462
20	11	39	121	1521	429
$\Sigma$	208	751	2216	28873	7961

$$N = 20 \qquad \Sigma Y = 751 \qquad \Sigma Y^2 = 28873$$

$$\Sigma X = 208 \qquad \Sigma X^2 = 2216 \qquad \Sigma XY = 7961$$

$$r_{xy} = \frac{N \Sigma XY - (\Sigma X)(\Sigma Y)}{\sqrt{(N \Sigma X^2 - (\Sigma X)^2)(N \Sigma Y^2 - (\Sigma Y)^2)}}$$

$$r_{xy} = \frac{20(7961) - (208)(751)}{\sqrt{(20(2216) - (208)^2)(20(28873) - (751)^2)}}$$

$$r_{xy} = \frac{159220 - 156208}{\sqrt{(44320 - 43264)(577460 - 564001)}}$$

$$r_{xy} = \frac{3012}{\sqrt{(1056)(13459)}} = \frac{3012}{\sqrt{14212704}} = \frac{3012}{37669,097} = 0,799$$

Karena harga  $r_{xy} > r$  tabel, maka soal tes nomor 1.a dinyatakan valid.

## Butir Soal Nomor 1.b

N	X	Y	X <sup>2</sup>	Y <sup>2</sup>	XY
1	12	46	144	2116	552
2	12	44	144	1936	528
3	10	40	100	1600	400
4	9	33	81	1089	297
5	9	33	81	1089	297
6	12	41	144	1681	492
7	8	28	64	784	224
8	9	27	81	729	243
9	9	33	81	1089	297
10	9	42	81	1764	378
11	4	32	16	1024	128
12	9	30	81	900	270
13	11	44	121	1936	484
14	12	38	144	1444	456
15	9	33	81	1089	297
16	11	41	121	1681	451
17	12	46	144	2116	552
18	9	39	81	1521	351
19	11	42	121	1764	462
20	11	39	121	1521	429
Σ	198	751	2032	28873	7588

$$N = 20 \qquad \qquad \qquad \Sigma Y = 751 \qquad \qquad \qquad \Sigma Y^2 = 28873$$

$$\Sigma X = 198 \qquad \qquad \qquad \Sigma X^2 = 2032 \qquad \qquad \qquad \Sigma XY = 7588$$

$$r_{xy} = \frac{N \Sigma XY - (\Sigma X)(\Sigma Y)}{\sqrt{(N \Sigma X^2 - (\Sigma X)^2)(N \Sigma Y^2 - (\Sigma Y)^2)}}$$

$$r_{xy} = \frac{20(7588) - (198)(751)}{\sqrt{(20(2032) - (198)^2)(20(28873) - (751)^2)}}$$

$$r_{xy} = \frac{151760 - 148698}{\sqrt{(40640 - 39024)(577460 - 564001)}}$$

$$r_{xy} = \frac{3062}{\sqrt{(1436)(13459)}} = \frac{3062}{\sqrt{19327124}} = \frac{3062}{4396,262} = 0,696$$

Karena harga  $r_{xy} > r$  tabel, maka soal tes nomor 1.b dinyatakan valid.

## Butir Soal Nomor 1.c

N	X	Y	X <sup>2</sup>	Y <sup>2</sup>	XY
1	10	46	100	2116	460
2	8	44	64	1936	352

3	8	40	64	1600	320
4	6	33	36	1089	198
5	6	33	36	1089	198
6	8	41	64	1681	328
7	4	28	16	784	112
8	6	27	36	729	162
9	6	33	36	1089	198
10	9	42	81	1764	378
11	4	32	16	1024	128
12	8	30	64	900	240
13	11	44	121	1936	484
14	8	38	64	1444	304
15	8	33	64	1089	264
16	8	41	64	1681	328
17	10	46	100	2116	460
18	9	39	81	1521	351
19	8	42	64	1764	336
20	9	39	81	1521	351
$\Sigma$	154	751	1252	28873	5952

$$N = 20 \qquad \Sigma Y = 751 \qquad \Sigma Y^2 = 28873$$

$$\Sigma X = 154 \qquad \Sigma X^2 = 1252 \qquad \Sigma XY = 5952$$

$$r_{xy} = \frac{N \Sigma XY - (\Sigma X)(\Sigma Y)}{\sqrt{(N \Sigma X^2 - (\Sigma X)^2)(N \Sigma Y^2 - (\Sigma Y)^2)}}$$

$$r_{xy} = \frac{20(5952) - (154)(751)}{\sqrt{(20(1252) - (154)^2)(20(28873) - (751)^2)}}$$

$$r_{xy} = \frac{119040 - 115654}{\sqrt{(25040 - 23716)(577460 - 564001)}}$$

$$r_{xy} = \frac{3386}{\sqrt{(1324)(13459)}} = \frac{3386}{\sqrt{17819716}} = \frac{3386}{4221,340} = 0,802$$

Karena harga  $r_{xy} > r$  tabel, maka soal tes nomor 1.c dinyatakan valid.

#### Butir Soal Nomor 1.d

N	X	Y	X <sup>2</sup>	Y <sup>2</sup>	XY
1	12	46	144	2116	552
2	12	44	144	1936	528
3	12	40	144	1600	480
4	9	33	81	1089	297
5	9	33	81	1089	297
6	9	41	81	1681	369

7	8	28	64	784	224
8	6	27	36	729	162
9	9	33	81	1089	297
10	12	42	144	1764	504
11	12	32	144	1024	384
12	4	30	16	900	120
13	11	44	121	1936	484
14	6	38	36	1444	228
15	6	33	36	1089	198
16	11	41	121	1681	451
17	12	46	144	2116	552
18	11	39	121	1521	429
19	12	42	144	1764	504
20	8	39	64	1521	312
$\Sigma$	191	751	1947	28873	7372

$$N = 20 \quad \Sigma Y = 751 \quad \Sigma Y^2 = 28873$$

$$\Sigma X = 191 \quad \Sigma X^2 = 1974 \quad \Sigma XY = 7372$$

$$r_{xy} = \frac{N \Sigma XY - (\Sigma X)(\Sigma Y)}{\sqrt{(N \Sigma X^2 - (\Sigma X)^2)(N \Sigma Y^2 - (\Sigma Y)^2)}}$$

$$r_{xy} = \frac{20(7372) - (191)(751)}{\sqrt{(20(1947) - (191)^2)(20(28873) - (751)^2)}}$$

$$r_{xy} = \frac{147440 - 143441}{\sqrt{(38940 - 36481)(577460 - 564001)}}$$

$$r_{xy} = \frac{3386}{\sqrt{(2459)(13459)}} = \frac{3386}{\sqrt{33095681}} = \frac{3386}{5752,884} = 0,695$$

Karena harga  $r_{xy} > r$  tabel, maka soal tes nomor 1.d dinyatakan valid.

### Butir Soal Nomor 2 (Kemampuan Metakognisi)

Hasil r tabel untuk N = 20 adalah 0,444

Butir Soal Nomor 2.a

N	X	Y	X <sup>2</sup>	Y <sup>2</sup>	XY
1	15	43	225	1849	645
2	15	43	225	1849	645
3	12	38	144	1444	456
4	12	26	144	676	312
5	11	33	121	1089	363
6	16	44	256	1936	704
7	9	27	81	729	243
8	12	27	144	729	324



9	7	27	49	729	189
10	16	38	256	1444	608
11	14	30	196	900	420
12	16	28	256	784	448
13	15	45	225	2025	675
14	11	35	121	1225	385
15	11	33	121	1089	363
16	16	42	256	1764	672
17	14	32	196	1024	448
18	12	36	144	1296	432
19	16	32	256	1024	512
20	16	37	256	1369	592
$\Sigma$	266	696	3672	24974	9436

$$N = 20 \qquad \Sigma Y = 696 \qquad \Sigma Y^2 = 24974$$

$$\Sigma X = 266 \qquad \Sigma X^2 = 3672 \qquad \Sigma XY = 9436$$

$$r_{xy} = \frac{N \Sigma XY - (\Sigma X)(\Sigma Y)}{\sqrt{(N \Sigma X^2 - (\Sigma X)^2)(N \Sigma Y^2 - (\Sigma Y)^2)}}$$

$$r_{xy} = \frac{20(9436) - (266)(696)}{\sqrt{(20(3672) - (266)^2)(20(24974) - (696)^2)}}$$

$$r_{xy} = \frac{188720 - 185136}{\sqrt{(73440 - 70756)(499480 - 484416)}}$$

$$r_{xy} = \frac{3584}{\sqrt{(2684)(15064)}} = \frac{3584}{\sqrt{40431776}} = \frac{3584}{6358,598} = 0,564$$

Karena harga  $r_{xy} > r$  tabel, maka soal tes nomor 2.a dinyatakan valid.

#### Butir Soal Nomor 2.b

N	X	Y	X <sup>2</sup>	Y <sup>2</sup>	XY
1	13	43	169	1849	559
2	13	43	169	1849	559
3	13	38	169	1444	494
4	7	26	49	676	182
5	11	33	121	1089	363
6	14	44	196	1936	616
7	9	27	81	729	243
8	6	27	36	729	162
9	10	27	100	729	270
10	9	38	81	1444	342
11	5	30	25	900	150
12	5	28	25	784	140

13	15	45	225	2025	675
14	13	35	169	1225	455
15	11	33	121	1089	363
16	13	42	169	1764	546
17	9	32	81	1024	288
18	12	36	144	1296	432
19	5	32	25	1024	160
20	10	37	100	1369	370
$\Sigma$	203	696	2255	24974	7369

$$N = 20 \quad \Sigma Y = 696 \quad \Sigma Y^2 = 24974$$

$$\Sigma X = 203 \quad \Sigma X^2 = 2255 \quad \Sigma XY = 7369$$

$$r_{xy} = \frac{N \Sigma XY - (\Sigma X)(\Sigma Y)}{\sqrt{(N \Sigma X^2 - (\Sigma X)^2)(N \Sigma Y^2 - (\Sigma Y)^2)}}$$

$$r_{xy} = \frac{20(7369) - (203)(696)}{\sqrt{(20(2255) - (203)^2)(20(24974) - (696)^2)}}$$

$$r_{xy} = \frac{147380 - 141288}{\sqrt{(45100 - 41209)(499480 - 484416)}}$$

$$r_{xy} = \frac{6092}{\sqrt{(3891)(15064)}} = \frac{6092}{\sqrt{58164024}} = \frac{6092}{7655,980} = 0,796$$

Karena harga  $r_{xy} > r$  tabel, maka soal tes nomor 2.b dinyatakan valid.

#### Butir Soal 2.c

N	X	Y	X <sup>2</sup>	Y <sup>2</sup>	XY
1	15	43	225	1849	645
2	15	43	225	1849	645
3	13	38	169	1444	494
4	7	26	49	676	182
5	11	33	121	1089	363
6	14	44	196	1936	616
7	9	27	81	729	243
8	9	27	81	729	243
9	10	27	100	729	270
10	13	38	169	1444	494
11	11	30	121	900	330
12	7	28	49	784	196
13	15	45	225	2025	675
14	11	35	121	1225	385
15	11	33	121	1089	363

16	13	42	169	1764	546
17	9	32	81	1024	288
18	12	36	144	1296	432
19	11	32	121	1024	352
20	11	37	121	1369	407
$\Sigma$	227	696	2689	24974	8169

$$N = 20 \qquad \Sigma Y = 696 \qquad \Sigma Y^2 = 24974$$

$$\Sigma X = 227 \qquad \Sigma X^2 = 2689 \qquad \Sigma XY = 8169$$

$$r_{xy} = \frac{N \Sigma XY - (\Sigma X)(\Sigma Y)}{\sqrt{(N \Sigma X^2 - (\Sigma X)^2)(N \Sigma Y^2 - (\Sigma Y)^2)}}$$

$$r_{xy} = \frac{20(8169) - (227)(696)}{\sqrt{(20(2689) - (227)^2)(20(24974) - (696)^2)}}$$

$$r_{xy} = \frac{163380 - 157992}{\sqrt{(58780 - 51529)(499480 - 484416)}}$$

$$r_{xy} = \frac{5388}{\sqrt{(7251)(15064)}} = \frac{5388}{\sqrt{109229064}} = \frac{5388}{10451,270} = 0,515$$

Karena harga  $r_{xy} > r$  tabel, maka soal tes nomor 2.c dinyatakan valid.

### Butir Soal Nomor 2 (Berpikir Kritis)

Hasil r tabel untuk N = 20 adalah 0,444

Butir Soal Nomor 2.a

N	X	Y	X <sup>2</sup>	Y <sup>2</sup>	XY
1	23	66	529	4356	1518
2	23	63	529	3969	1449
3	24	62	576	3844	1488
4	24	72	576	5184	1728
5	23	61	529	3721	1403
6	20	56	400	3136	1120
7	20	57	400	3249	1140
8	19	54	361	2916	1026
9	24	68	576	4624	1632
10	18	57	324	3249	1026
11	23	66	529	4356	1518
12	18	53	324	2809	954
13	21	56	441	3136	1176
14	23	66	529	4356	1518
15	20	58	400	3364	1160
16	18	51	324	2601	918
17	24	64	576	4096	1536

18	21	62	441	3844	1302
19	24	62	576	3844	1488
20	21	61	441	3721	1281
$\Sigma$	431	1215	9381	74375	26381

$$N = 20 \quad \Sigma Y = 1215 \quad \Sigma Y^2 = 74735$$

$$\Sigma X = 431 \quad \Sigma X^2 = 9381 \quad \Sigma XY = 26381$$

$$r_{xy} = \frac{N \Sigma XY - (\Sigma X)(\Sigma Y)}{\sqrt{(N \Sigma X^2 - (\Sigma X)^2)(N \Sigma Y^2 - (\Sigma Y)^2)}}$$

$$r_{xy} = \frac{20(26381) - (431)(1215)}{\sqrt{(20(9381) - (431)^2)(20(74735) - (1215)^2)}}$$

$$r_{xy} = \frac{527620 - 523665}{\sqrt{(187620 - 185761)(1487500 - 1476225)}}$$

$$r_{xy} = \frac{3955}{\sqrt{(1859)(11275)}} = \frac{3955}{\sqrt{20960225}} = \frac{3955}{4578,23} = 0,864$$

Karena harga  $r_{xy} > r$  tabel, maka soal tes nomor 2.a dinyatakan valid.

#### Soal Nomor 2.b

N	X	Y	X <sup>2</sup>	Y <sup>2</sup>	XY
1	19	66	361	4356	1254
2	20	63	400	3969	1260
3	20	62	400	3844	1240
4	24	72	576	5184	1728
5	18	61	324	3721	1098
6	18	56	324	3136	1008
7	17	57	289	3249	969
8	15	54	225	2916	810
9	20	68	400	4624	1360
10	18	57	324	3249	1026
11	23	66	529	4356	1518
12	19	53	361	2809	1007
13	18	56	324	3136	1008
14	20	66	400	4356	1320
15	18	58	324	3364	1044
16	15	51	225	2601	765
17	22	64	484	4096	1408
18	18	62	324	3844	1116
19	18	62	324	3844	1116
20	18	61	324	3721	1098
$\Sigma$	378	1215	7242	74375	23153

$$N = 20 \qquad \Sigma Y = 1215 \qquad \Sigma Y^2 = 74735$$

$$\Sigma X = 378 \qquad \Sigma X^2 = 7242 \qquad \Sigma XY = 23153$$

$$r_{xy} = \frac{N \Sigma XY - (\Sigma X)(\Sigma Y)}{\sqrt{(N \Sigma X^2 - (\Sigma X)^2)(N \Sigma Y^2 - (\Sigma Y)^2)}}$$

$$r_{xy} = \frac{20 (23153) - (378)(1215)}{\sqrt{(20 (7242) - (378)^2)(20 (74735) - (1215)^2)}}$$

$$r_{xy} = \frac{463060 - 459270}{\sqrt{(144840 - 142884)(1487500 - 1476225)}}$$

$$r_{xy} = \frac{3790}{\sqrt{(1956)(11275)}} = \frac{3790}{\sqrt{22053900}} = \frac{3790}{4696,15} = 0,807$$

Karena harga  $r_{xy} > r$  tabel, maka soal tes nomor 2.b dinyatakan valid.

#### Soal Nomor 2.c

N	X	Y	X <sup>2</sup>	Y <sup>2</sup>	XY
1	24	66	576	4356	1584
2	20	63	400	3969	1260
3	18	62	324	3844	1116
4	24	72	576	5184	1728
5	20	61	400	3721	1220
6	18	56	324	3136	1008
7	20	57	400	3249	1140
8	20	54	400	2916	1080
9	24	68	576	4624	1632
10	21	57	441	3249	1197
11	20	66	400	4356	1320
12	16	53	256	2809	848
13	17	56	289	3136	952
14	23	66	529	4356	1518
15	20	58	400	3364	1160
16	18	51	324	2601	918
17	18	64	324	4096	1152
18	23	62	529	3844	1426
19	20	62	400	3844	1240
20	22	61	484	3721	1342
$\Sigma$	406	1215	8352	74375	24841

$$N = 20 \qquad \Sigma Y = 1215 \qquad \Sigma Y^2 = 74735$$

$$\Sigma X = 406 \qquad \Sigma X^2 = 8352 \qquad \Sigma XY = 24841$$

$$r_{xy} = \frac{N \sum XY - (\sum X)(\sum Y)}{\sqrt{(N \sum X^2 - (\sum X)^2)(N \sum Y^2 - (\sum Y)^2)}}$$

$$r_{xy} = \frac{20 (24841) - (406)(1215)}{\sqrt{(20 (8352) - (406)^2)(20 (74735) - (1215)^2)}}$$

$$r_{xy} = \frac{496820 - 493290}{\sqrt{(167040 - 164836)(1487500 - 1476225)}}$$

$$r_{xy} = \frac{3530}{\sqrt{(2204)(11275)}} = \frac{3530}{\sqrt{24850100}} = \frac{3530}{4989,99} = 0,707$$

Karena harga  $r_{xy} > r$  tabel, maka soal tes nomor 2.c dinyatakan valid.

### Lampiran 8. Perhitungan Reliabilitas Butir Soal Instrumen Tes

Butir Soal Nomor 1 (Kemampuan Metakognisi)

No.	Responden	Butir Soal				Skor Total	Kuadrat Skor Total
		1.a	1.b	1.c	1.d		
1	R1	12	12	10	12	46	2116
2	R2	12	12	8	12	44	1936
3	R3	10	10	8	12	40	1600
4	R4	9	9	6	9	33	1089
5	R5	9	9	6	9	33	1089
6	R6	12	12	8	9	41	1681
7	R7	8	8	4	8	28	784
8	R8	6	9	6	6	27	729
9	R9	9	9	6	9	33	1089
10	R10	12	9	9	12	42	1764
11	R11	12	4	4	12	32	1024
12	R12	9	9	8	4	30	900
13	R13	11	11	11	11	44	1936
14	R14	12	12	8	6	38	1444
15	R15	10	9	8	6	33	1089
16	R16	11	11	8	11	41	1681
17	R17	12	12	10	12	46	2116
18	R18	10	10	9	11	40	1600
19	R19	11	11	8	12	42	1764
20	R20	11	11	9	8	39	1521
$\Sigma$		208	199	154	191	752	28952
$\Sigma$ Kuadrat		2216	2051	1252	1947		

$$\sigma_1^2 = \frac{2216 - \frac{208^2}{20}}{20} = \frac{2216 - 2163,2}{20} = \frac{52,8}{20} = 2,64$$

$$\sigma_2^2 = \frac{2051 - \frac{199^2}{20}}{20} = \frac{2051 - 1980,05}{20} = \frac{70,95}{20} = 3,547$$

$$\sigma_3^2 = \frac{1252 - \frac{154^2}{20}}{20} = \frac{1252 - 1185,8}{20} = \frac{66,2}{20} = 3,31$$

$$\sigma_4^2 = \frac{1947 - \frac{191^2}{20}}{20} = \frac{1947 - 1824,05}{20} = \frac{122,95}{20} = 6,147$$

Jumlah varians semua item  $\Sigma \sigma_i^2 = 2,64 + 3,547 + 3,31 + 6,147 = 15,644$

$$\text{Varians total} = \frac{28952 - \frac{752^2}{20}}{20} = \frac{28952 - 28275,2}{20} = \frac{676,8}{20} = 33,84$$

$$r_{11} = \left( \frac{k}{k-1} \right) \times \left( 1 - \frac{\sum \sigma_i^2}{\sigma_t^2} \right) = \left( \frac{4}{4-1} \right) \times \left( 1 - \frac{15,644}{33,84} \right) = \frac{4}{3} (1 - 0,462)$$

$$= \frac{4}{3} (0,538) = \frac{2,152}{3} = 0,717$$

Karena  $r_{\text{tabel}} = 0,444$ . Berarti  $r$  hitung  $>$   $r$  tabel maka dapat disimpulkan bahwa soal-soal tersebut reliabel.

Butir Soal Nomor 2 (Kemampuan Metakognisi)

No.	Responden	Butir Soal			Skor Total	Kuadrat Skor Total
		2.1	2.b	2.c		
1	R1	15	13	15	43	1849
2	R2	15	13	15	43	1849
3	R3	12	13	13	38	1444
4	R4	12	7	7	26	676
5	R5	11	11	11	33	1089
6	R6	16	14	14	44	1936
7	R7	9	9	9	27	729
8	R8	12	6	9	27	729
9	R9	7	10	10	27	729
10	R10	16	9	13	38	1444
11	R11	14	5	11	30	900
12	R12	16	5	7	28	784
13	R13	15	15	15	45	2025
14	R14	11	13	11	35	1225
15	R15	11	11	11	33	1089
16	R16	16	13	13	42	1764
17	R17	14	9	9	32	1024
18	R18	12	12	12	36	1296
19	R19	16	5	11	32	1024
20	R20	16	10	11	37	1369
$\Sigma$		266	203	227	696	24974
$\Sigma$ Kuadrat		3672	2109	2698		

$$\sigma_1^2 = \frac{3672 - \frac{266^2}{20}}{20} = \frac{3672 - 3537,8}{20} = \frac{134,2}{20} = 6,71$$

$$\sigma_2^2 = \frac{2109 - \frac{203^2}{20}}{20} = \frac{2109 - 2060,45}{20} = \frac{48,45}{20} = 2,42$$

$$\sigma_3^2 = \frac{2698 - \frac{227^2}{20}}{20} = \frac{2698 - 2576,45}{20} = \frac{121,55}{20} = 6,07$$



Jumlah varians semua item  $\sum \sigma_i^2 = 6,71 + 2,42 + 6,07 = 15,21$

$$\text{Varians total} = \frac{24974 - \frac{696^2}{20}}{20} = \frac{24974 - 24220,8}{20} = \frac{755,2}{20} = 37,66$$

$$r_{11} = \left( \frac{k}{k-1} \right) \times \left( 1 - \frac{\sum \sigma_i^2}{\sigma_t^2} \right) = \left( \frac{3}{3-1} \right) \times \left( 1 - \frac{15,21}{37,66} \right) = \frac{3}{2} (1 - 0,403)$$

$$= \frac{3}{2} (0,597) = \frac{1,791}{2} = 0,895$$

Karena  $r_{\text{tabel}} = 0,444$ . Berarti  $r$  hitung  $>$   $r$  tabel maka dapat disimpulkan bahwa soal-soal tersebut reliabel.

Butir Soal Nomor 2 (Berpikir Kritis)

No.	Responden	Butir Soal			Skor Total	Kuadrat Skor Total
		2.a	2.b	2.c		
1	R1	23	19	24	66	4356
2	R2	23	20	20	63	3969
3	R3	24	20	18	62	3844
4	R4	24	24	24	72	5184
5	R5	23	18	20	61	3721
6	R6	20	18	18	56	3136
7	R7	20	17	20	57	3249
8	R8	19	15	20	54	2916
9	R9	24	20	24	68	4624
10	R10	18	18	21	57	3249
11	R11	23	23	20	66	4356
12	R12	18	19	16	53	2809
13	R13	21	18	17	56	3136
14	R14	23	20	23	66	4356
15	R15	20	18	20	58	3364
16	R16	18	15	18	51	2601
17	R17	24	22	18	64	4096
18	R18	21	18	23	62	3844
19	R19	24	18	20	62	3844
20	R20	21	18	22	61	3721
$\Sigma$		431	378	406	1215	74375
$\Sigma \text{Kuadrat}$		9381	7242	8352		

$$\sigma_1^2 = \frac{9381 - \frac{431^2}{20}}{20} = \frac{9381 - 9288,05}{20} = \frac{92,95}{20} = 4,65$$

$$\sigma_2^2 = \frac{7242 - \frac{378^2}{20}}{20} = \frac{7242 - 7144,2}{20} = \frac{97,8}{20} = 4,89$$

$$\sigma_3^2 = \frac{8352 - \frac{406^2}{20}}{20} = \frac{2698 - 8241,8}{20} = \frac{110,2}{20} = 5,51$$

Jumlah varians semua item  $\sum \sigma_i^2 = 4,65 + 4,89 + 5,51 = 15,05$

$$\text{Varians total} = \frac{74375 - \frac{1215^2}{20}}{20} = \frac{74375 - 73811,25}{20} = \frac{563,75}{20} = 28,19$$

$$\begin{aligned} r_{11} &= \left( \frac{k}{k-1} \right) \times \left( 1 - \frac{\sum \sigma_i^2}{\sigma_t^2} \right) = \left( \frac{3}{3-1} \right) \times \left( 1 - \frac{15,05}{28,19} \right) = \frac{3}{2} (1 - 0,533) \\ &= \frac{3}{2} (0,467) = \frac{1,401}{2} = 0,700 \end{aligned}$$

Karena  $r_{\text{tabel}} = 0,444$ . Berarti  $r_{\text{hitung}} > r_{\text{tabel}}$  maka dapat disimpulkan bahwa soal-soal tersebut reliabel.

### Lampiran 9. Perhitungan Tingkat Kesukaran Instrumen Tes

Butir Soal Nomor 1 dan 2 (Kemampuan Metakognisi)

Skor Maksimum = 16

Tingkat Kesukaran		
No.	Butir Soal Nomor 1	Butir Soal Nomor 2
1	Rata-rata = $\frac{208}{20} = 10,4$ Tingkat Kesukaran = $\frac{10,4}{16} = 0,52$	Rata-rata = $\frac{266}{20} = 13,3$ Tingkat Kesukaran = $\frac{13,3}{16} = 0,66$
2	Rata-rata = $\frac{199}{20} = 9,95$ Tingkat Kesukaran = $\frac{9,95}{16} = 0,49$	Rata-rata = $\frac{208}{20} = 10,15$ Tingkat Kesukaran = $\frac{10,15}{16} = 0,50$
3	Rata-rata = $\frac{154}{20} = 7,7$ Tingkat Kesukaran = $\frac{7,7}{16} = 0,38$	Rata-rata = $\frac{208}{20} = 10,4$ Tingkat Kesukaran = $\frac{11,35}{16} = 0,56$
4	Rata-rata = $\frac{191}{20} = 9,55$ Tingkat Kesukaran = $\frac{9,55}{16} = 0,47$	

Butir Soal Nomor 2 (Berpikir Kritis)

Skor Maksimum = 24

Tingkat Kesukaran	
No.	Butir Soal Nomor 2
1	Rata-rata = $\frac{431}{20} = 14,36$ Tingkat Kesukaran = $\frac{14,36}{24} = 0,59$
2	Rata-rata = $\frac{378}{20} = 12,6$ Tingkat Kesukaran = $\frac{12,6}{24} = 0,52$
3	Rata-rata = $\frac{406}{20} = 13,53$ Tingkat Kesukaran = $\frac{13,53}{24} = 0,56$

### Lampiran 10. Perhitungan Daya Pembeda Instrumen Tes

27% × 20 Siswa = 5 Siswa

KA = Kelompok Atas      KB = Kelompok Bawah

Butir Soal Nomor 1 (Kemampuan Metakognisi)

No.	Skor				Kelompok
	Butir Soal 1.a	Butir Soal 1.b	Butir Soal 1.c	Butir Soal 1.d	
1	12	12	11	12	KA
2	12	12	10	12	KA
3	12	12	10	12	KA
4	12	12	9	12	KA
5	12	12	9	12	KA
6	12	11	9	12	
7	12	11	8	12	
8	11	11	8	11	
9	11	11	8	11	
10	11	10	8	11	
11	11	10	8	9	
12	10	9	8	9	
13	10	9	8	9	
14	10	9	8	9	
15	9	9	6	8	
16	9	9	6	8	KB
17	9	9	6	6	KB
18	9	6	6	6	KB
19	8	6	4	6	KB
20	6	4	4	4	KB

Soal Nomor 1.a

$$\bar{x} \text{ KA} = \frac{12+12+12+12+12}{5} = \frac{60}{5} = 12$$

$$\bar{x} \text{ KB} = \frac{6+8+9+9+9}{5} = \frac{41}{5} = 8,2$$

$$\text{DP} = \frac{\bar{x} \text{ KA} - \bar{x} \text{ KB}}{\text{Skor Maksimal}} = \frac{12-8,2}{16} = 0,23$$

Soal Nomor 1.b

$$\bar{x} \text{ KA} = \frac{12+12+12+12+12}{5} = \frac{60}{5} = 12$$

$$\bar{x} \text{ KB} = \frac{4+6+6+9+9}{5} = \frac{34}{5} = 6,8$$

$$\text{DP} = \frac{\bar{x} \text{ KA} - \bar{x} \text{ KB}}{\text{Skor Maksimal}} = \frac{12-6,8}{16} = 0,33$$

Soal Nomor 1.c

$$\bar{x} \text{ KA} = \frac{11+10+10+9+9}{5} = \frac{47}{5} = 9,4$$

$$\bar{x} \text{ KB} = \frac{4+4+6+6+6}{5} = \frac{26}{5} = 5,2$$

$$\text{DP} = \frac{\bar{x} \text{ KA} - \bar{x} \text{ KB}}{\text{Skor Maksimal}} = \frac{9,4-5,2}{16} = 0,23$$

Soal Nomor 1.d

$$\bar{x} \text{ KA} = \frac{12+12+12+12+12}{5} = \frac{60}{5} = 12$$

$$\bar{x} \text{ KB} = \frac{4+6+6+6+8}{5} = \frac{30}{5} = 6$$

$$DP = \frac{\bar{x} \text{ KA} - \bar{x} \text{ KB}}{\text{Skor Maksimal}} = \frac{12-6}{16} = 0,38$$

Butir Soal Nomor 2 (Kemampuan Metakognisi)

No.	Skor			Kelompok
	Butir Soal 2.a	Butir Soal 2.b	Butir Soal 2.c	
1	16	15	15	KA
2	16	14	15	KA
3	16	13	15	KA
4	16	13	14	KA
5	16	13	13	KA
6	16	13	13	
7	15	13	13	
8	15	12	12	
9	15	11	11	
10	14	11	11	
11	14	10	11	
12	12	10	11	
13	12	9	11	
14	12	9	11	
15	12	9	10	
16	11	7	9	KB
17	11	6	9	KB
18	11	5	9	KB
19	9	5	7	KB
20	7	5	7	KB

Soal Nomor 2.a

$$\bar{x} \text{ KA} = \frac{16+16+16+16+16}{5} = \frac{80}{5} = 16$$

$$\bar{x} \text{ KB} = \frac{7+9+11+11+11}{5} = \frac{49}{5} = 9,8$$

$$DP = \frac{\bar{x} \text{ KA} - \bar{x} \text{ KB}}{\text{Skor Maksimal}} = \frac{16-9,8}{16} = 0,38$$

Soal Nomor 2.b

$$\bar{x} \text{ KA} = \frac{15+14+13+13+12}{5} = \frac{68}{5} = 13,6$$

$$\bar{x} \text{ KB} = \frac{5+5+6+7+9}{5} = \frac{37}{5} = 7,4$$

$$DP = \frac{\bar{x} \text{ KA} - \bar{x} \text{ KB}}{\text{Skor Maksimal}} = \frac{13,6-7,4}{16} = 0,38$$

Soal Nomor 2.c

$$\bar{x} \text{ KA} = \frac{15+15+15+14+13}{5} = \frac{72}{5} = 14,4$$

$$\bar{x} \text{ KB} = \frac{7+7+9+9+9}{5} = \frac{41}{5} = 8,2$$

$$DP = \frac{\bar{x} \text{ KA} - \bar{x} \text{ KB}}{\text{Skor Maksimal}} = \frac{14,4-8,2}{16} = 0,38$$

## Butir Soal Nomor 2 (Berpikir Kritis)

No.	Skor			Kelompok
	Butir Soal 2.a	Butir Soal 2.b	Butir Soal 2.c	
1	24	24	24	KA
2	24	24	24	KA
3	24	24	24	KA
4	24	23	24	KA
5	24	22	23	KA
6	23	20	22	
7	23	20	21	
8	23	19	20	
9	23	19	20	
10	23	18	20	
11	21	18	20	
12	21	18	20	
13	20	18	20	
14	29	18	20	
15	18	18	18	
16	18	17	18	KB
17	17	17	18	KB
18	16	15	18	KB
19	16	15	17	KB
20	16	15	16	KB

## Soal Nomor 2.a

$$\bar{x} \text{ KA} = \frac{24+24+24+24+24}{5} = \frac{120}{5} = 24$$

$$DP = \frac{\bar{x} \text{ KA} - \bar{x} \text{ KB}}{\text{Skor Maksimal}} = \frac{24-16,6}{16} = 0,31$$

## Soal Nomor 2.b

$$\bar{x} \text{ KA} = \frac{24+24+24+23+22}{5} = \frac{117}{5} = 23,4$$

$$DP = \frac{\bar{x} \text{ KA} - \bar{x} \text{ KB}}{\text{Skor Maksimal}} = \frac{23,4-15,8}{24} = 0,32$$

## Soal Nomor 2.c

$$\bar{x} \text{ KA} = \frac{24+24+24+24+23}{5} = \frac{119}{5} = 23,8$$

$$DP = \frac{\bar{x} \text{ KA} - \bar{x} \text{ KB}}{\text{Skor Maksimal}} = \frac{23,8-17,4}{24} = 0,26$$

$$\bar{x} \text{ KB} = \frac{18+17+16+16+16}{5} = \frac{83}{5} = 16,6$$

$$\bar{x} \text{ KB} = \frac{18+18+18+17+16}{5} = \frac{79}{5} = 15,8$$

$$\bar{x} \text{ KB} = \frac{17+17+15+15+15}{5} = \frac{87}{5} = 17,4$$

**Lampiran 11. Soal Tes****UJIAN AKHIR SEMESTER****Mata Kuliah : Persamaan Diferensial****Dosen : Hasby Assidiqi, S.Pd, M.Si****Kelas : C****Waktu : 120 menit****Jawablah soal berikut dengan benar!**

1. Carilah solusi khusus dari PD Tak Homogen berikut ini:
  - a.  $y'' - 3y' + 2y = e^x + e^{-x} + x + 1$
  - b.  $y'' + 3y' = \sin x + 2 \cos x$
2. Carilah solusi umum dari PD Tak Homogen dengan syarat awal dan tunjukkan bahwa solusi umum tersebut bersesuaian dengan PD Tak Homogen yang diberikan berikut ini:
  - a.  $y'' + 4y' + 4y = 2e^{2x}$  ,  $y(0) = 1$  dan  $y'(0) = -1$
  - b.  $y'' - 5y' + 6y = e^x(2x - 3)$  ,  $y(0) = 1$  dan  $y'(0) = 3$

**Lampiran 12. Kunci Jawaban Soal Tes**

1. Carilah solusi khusus dari PD Tak Homogen berikut ini:

a.  $y'' - 3y' + 2y = e^x + e^{-x} + x + 1$

b.  $y'' + 3y' = \sin x + 2 \cos x$

**Penyelesaian:**

1. a. Diketahui : PD :  $y'' - 3y' + 2y = e^x + e^{-x} + x + 1$

Ditanya : Solusi Khusus dari PD :  $y'' - 3y' + 2y = e^x + e^{-x} + x + 1$

Jawab:

Solusi Khusus dari PD Tak Homogen sama halnya dengan hanya Menentukan  $y_p$ -nya saja.

Sehingga diperoleh, (**Berdasarkan Metode Koefisien Tak Tentu, Kaidah Modifikasi dan Kaidah Penjumlahan**)

$$y_p = kxe^x + ke^{-x} + k_1x + k_0$$

$$y_p' = ke^x + kxe^x - ke^{-x} + k_1$$

$$y_p'' = ke^x + ke^x + kxe^x + ke^{-x} \text{ (Substitusikan ke PD)}$$

PD :  $y'' - 3y' + 2y = e^x + e^{-x} + x + 1$ , diperoleh :

$$\Leftrightarrow ke^x + ke^x + kxe^x + ke^{-x} - 3(ke^x + kxe^x - ke^{-x} + k_1) + 2(kxe^x$$

$$+ ke^{-x} + k_1x + k_0) = e^x + e^{-x} + x + 1$$

$$\Leftrightarrow 2ke^x + kxe^x + ke^{-x} - 3ke^x - 3kxe^x + 3ke^{-x} - 3k_1 + 2kxe^x + 2ke^{-x}$$

$$+ 2k_1x + 2k_0 = e^x + e^{-x} + x + 1$$

$$\Leftrightarrow -ke^x + 6ke^{-x} + 2k_1x - k_0 = e^x + e^{-x} + x + 1$$

dari persamaan di atas diperoleh:



$$*) -ke^x = e^x \leftrightarrow -k = 1 \leftrightarrow k = -1$$

$$**) 6ke^{-x} = e^{-x} \leftrightarrow 6k = 1 \leftrightarrow k = \frac{1}{6}$$

$$***) 2k_1x = x \leftrightarrow 2k_1 = 1 \leftrightarrow k_1 = \frac{1}{2}$$

$$****) -k_0 = 1 \leftrightarrow k_0 = -1$$

Substitusikan nilai di atas ke  $y_p = kxe^x + ke^{-x} + k_1x + k_0$  diperoleh:

$$y_p = -xe^x + \frac{1}{6}e^{-x} + \frac{1}{2}x - 1$$

**Jadi, Solusi Khusus dari PD di atas adalah  $y_p = -xe^x + \frac{1}{6}e^{-x} + \frac{1}{2}x - 1$**

1. b. Diketahui : PD :  $y'' + 3y' = \sin x + 2 \cos x$

Ditanya : Solusi Khusus dari PD :  $y'' + 3y' = \sin x + 2 \cos x$

Jawab:

Solusi Khusus dari PD Tak Homogen sama halnya dengan hanya

Menentukan  $y_p$ -nya saja

Sehingga diperoleh, **(Berdasarkan Metode Koefisien Tak Tentu dan kaidah**

**Penjumlahan)**

$$y_p = m \cos x + n \sin x + m \cos x + n \sin x = 2m \cos x + 2n \sin x$$

$$y_p' = -2m \sin x + 2n \cos x$$

$$y_p'' = -2m \cos x - 2n \sin x \quad (\text{Substitusikan ke PD})$$

PD :  $y'' + 3y' = \sin x + 2 \cos x$ , diperoleh :

$$\leftrightarrow -2m \cos x - 2n \sin x + 3(-2m \sin x + 2n \cos x) = \sin x + 2 \cos x$$

$$\leftrightarrow -2m \cos x - 2n \sin x - 6m \sin x + 6n \cos x = \sin x + 2 \cos x$$

$$\leftrightarrow (-2n - 6m) \sin x + (6n - 2m) \cos x = \sin x + 2 \cos x$$

dari persamaan di atas diperoleh:

$$-2n - 6m = 1 \dots (i)$$

$$6m - 2n = 2 \dots (ii)$$

Eliminasi Persamaan (i) dan (ii) diperoleh :

$$\begin{array}{r|l} -2n - 6m = 1 & \times 3 \\ 6m - 2n = 2 & \times 1 \end{array} \left| \begin{array}{l} -6n - 18m = 3 \\ 6n - 2m = 2 \\ \hline -20m = 5 \end{array} \right. \begin{array}{l} \\ \\ + \end{array}$$

$$m = \frac{5}{-20} = -\frac{1}{4}$$

Substitusikan nilai  $m = -\frac{1}{4}$  ke persamaan (i), diperoleh:

$$-2n - 6m = 1 \leftrightarrow -2n - 6\left(-\frac{1}{4}\right) = 1 \leftrightarrow -2n + \frac{6}{4} = 1 \leftrightarrow -2n + \frac{3}{2} = 1$$

$$\leftrightarrow -2n = 1 - \frac{3}{2} \leftrightarrow -2n = -\frac{1}{2} \leftrightarrow n = -\frac{1}{2} \times -\frac{2}{1} \leftrightarrow n = 1$$

Substitusikan nilai m dan n di atas ke  $y_p = 2m \cos x + 2n \sin x$  diperoleh:

$$y_p = 2\left(-\frac{1}{4}\right) \cos x + 2(1) \sin x$$

$$y_p = -\frac{1}{2} \cos x + 2 \sin x$$

**Jadi, Solusi Khusus dari PD di atas adalah  $y_p = -\frac{1}{2} \cos x + 2 \sin x$**

2. Carilah solusi umum dari PD Tak Homogen dengan masalah awal dan tunjukkan bahwa solusi umum tersebut bersesuaian dengan PD Tak Homogen yang diberikan berikut ini:

a.  $y'' + 4y' + 4y = 2e^{2x}$  ,  $y(0) = 1$  dan  $y'(0) = -1$

b.  $y'' - 5y' + 6y = e^x(2x - 3)$  ,  $y(0) = 1$  dan  $y'(0) = 3$

**Penyelesaian:**

2. a. Diketahui : PD :  $y'' + 4y' + 4y = 2e^{2x}$

dengan syarat awal  $y(0) = 1$  dan  $y'(0) = -1$

Ditanya : Solusi Umum dengan masalah awal

dari PD  $y'' + 4y' + 4y = 2e^{2x}$

Jawab:

**Untuk menentukan Solusi Umum PD di atas menggunakan Metode**

**Koefisien Tak Tentu**

PD :  $y'' + 4y' + 4y = 2e^{2x}$

**Solusi Umum  $y = y_c + y_p$**

**\*) Menentukan  $y_c$**

PD homogen  $y'' + 4y' + 4y = 0$

Persamaan karakteristik  $\lambda^2 + 4\lambda + 4 = 0$

Diskriminan,  $D = 16 - 16 = 0$ ,  $D = 0$

Akar-akar persamaan karakteristiknya adalah  $\lambda_1 = \lambda_2 = -2$

Jadi, solusi umum PD homogen, atau  $y_c = c_1e^{-2x} + c_2xe^{-2x}$

**\*\*\*) Menentukan  $y_p$**

$$y_p = ke^{2x}$$

$$y_p' = 2ke^{2x}$$

$$y_p'' = 4ke^{2x} \text{ (Substitusikan ke PD) diperoleh :}$$

$$\text{PD : } y'' + 4y' + 4y = 2e^{2x}$$

$$\Leftrightarrow 4ke^{2x} + 8ke^{2x} + 4ke^{2x} = 2e^{2x}$$

$$\Leftrightarrow 16ke^{2x} = 2e^{2x}$$

$$\Leftrightarrow 16k = 2$$

$$\Leftrightarrow k = \frac{2}{16}$$

$$\Leftrightarrow k = \frac{1}{8}$$

$$y_p = ke^{2x} \rightarrow y_p = \frac{1}{8}e^{2x}$$

Jadi, solusi khusus PD tak homogen atau  $y_p = \frac{1}{8}e^{2x}$

**Jadi, Solusi Umum dari PD tersebut adalah  $y = c_1e^{-2x} + c_2xe^{-2x} + \frac{1}{8}e^{2x}$**

Dari yang diketahui, PD memiliki syarat awal yaitu  $y(0) = 1$  dan  $y'(0) = -1$

untuk menentukan nilai  $c_1$  dan  $c_2$

$$y = c_1e^{-2x} + c_2xe^{-2x} + \frac{1}{8}e^{2x}$$

Substitusikan syarat awal yang pertama  $y(0) = 1$ , diperoleh

$$\Leftrightarrow 1 = c_1e^{-2(0)} + c_2xe^{-2(0)} + \frac{1}{8}e^{2(0)}$$

$$\Leftrightarrow 1 = c_1 + \frac{1}{8}$$

$$\Leftrightarrow c_1 = 1 - \frac{1}{8}$$

$$\Leftrightarrow c_1 = \frac{8}{8} - \frac{1}{8}$$

$$\Leftrightarrow c_1 = \frac{7}{8}$$

$$y' = -2c_1e^{-2x} + c_2e^{-2x} - 2c_2xe^{-2x} + \frac{1}{4}e^{2x}$$

Substitusikan syarat awal yang kedua  $y'(0) = -1$  dan nilai  $c_1 = \frac{7}{8}$ , diperoleh

$$\Leftrightarrow -1 = -2c_1e^{-2(0)} + c_2e^{-2(0)} - 2c_2(0)e^{-2(0)} + \frac{1}{4}e^{2(0)}$$

$$\Leftrightarrow -1 = -2c_1 + c_2 + \frac{1}{4}$$

$$\Leftrightarrow -1 = -2\left(\frac{7}{8}\right) + c_2 + \frac{1}{4}$$

$$\Leftrightarrow -1 = -\frac{7}{4} + \frac{1}{4} + c_2$$

$$\Leftrightarrow -1 = -\frac{3}{2} + c_2$$

$$\Leftrightarrow c_2 = \frac{3}{2} - 1$$

$$\Leftrightarrow c_2 = \frac{3}{2} - \frac{2}{2}$$

$$\Leftrightarrow c_2 = \frac{1}{2}$$

Substitusikan nilai  $c_1$  dan  $c_2$  ke solusi umum sehingga diperoleh

$$y = \left(\frac{7}{8}\right)e^{-2x} + \left(\frac{1}{2}\right)xe^{-2x} + \frac{1}{8}e^{2x}$$

**Jadi, Solusi Umum dengan masalah nilai awal dari PD di atas adalah**

$$y = \frac{7}{8}e^{-2x} + \frac{1}{2}xe^{-2x} + \frac{1}{8}e^{2x}$$

Selanjutnya akan di tunjukkan bahwa solusi umum  $y = \frac{7}{8}e^{-2x} + \frac{1}{2}xe^{-2x} + \frac{1}{8}e^{2x}$ ,

bersesuaian dengan PD  $y'' + 4y' + 4y = 2e^{2x}$ .

$$y = \frac{7}{8}e^{-2x} + \frac{1}{2}xe^{-2x} + \frac{1}{8}e^{2x}$$

$$y' = -\frac{7}{4}e^{-2x} + \frac{1}{2}e^{-2x} - xe^{-2x} + \frac{1}{4}e^{2x}$$

$$y'' = \frac{7}{2}e^{-2x} - e^{-2x} - e^{-2x} + 2xe^{-2x} + \frac{1}{2}e^{2x}$$

Substitusikan ke PD  $y'' + 4y' + 4y = 2e^{2x}$ , diperoleh:

$$\Leftrightarrow \frac{7}{2}e^{-2x} - e^{-2x} - e^{-2x} - 2xe^{-2x} + \frac{1}{2}e^{2x}$$

$$+ 4\left(-\frac{7}{4}e^{-2x} + \frac{1}{2}e^{-2x} - xe^{-2x} + \frac{1}{4}e^{2x}\right) + 4\left(\frac{7}{8}e^{-2x} + \frac{1}{2}xe^{-2x} + \frac{1}{8}e^{2x}\right)$$

$$\Leftrightarrow \frac{7}{2}e^{-2x} - e^{-2x} - e^{-2x} - 2xe^{-2x} + \frac{1}{2}e^{2x} - 7e^{-2x} + 2e^{-2x} - 4xe^{-2x} + e^{2x}$$

$$+ \frac{7}{2}e^{-2x} + 2xe^{-2x} + \frac{1}{2}e^{2x}$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{7}{2}e^{-2x} - e^{-2x} - e^{-2x} - 7e^{-2x} + 2e^{-2x} + \frac{7}{2}e^{-2x}\right)$$

$$+ (2xe^{-2x} - 4xe^{-2x} + 2xe^{-2x}) + \left(\frac{1}{2}e^{2x} + e^{2x} + \frac{1}{2}e^{2x}\right) = 2e^{2x}$$

$$\Leftrightarrow 9e^{-2x} - 9e^{-2x} + 4xe^{-2x} - 4xe^{-2x} + 2e^{2x} - 2e^{2x} = 0$$

$$\Leftrightarrow 0 = 0$$

**Jadi, Terbukti bahwa Solusi Umum bersesuaian dengan PD yang diberikan.**

2. b. Diketahui : PD :  $y'' - 5y' + 6y = e^x(2x - 3)$

dengan syarat awal  $y(0) = 1$  dan  $y'(0) = 3$

Ditanya : Solusi Umum dengan masalah awal

dari PD  $y'' - 5y' + 6y = e^x(2x - 3)$

Jawab:

**Untuk menentukan Solusi Umum PD di atas menggunakan Metode Koefisien Tak Tentu dan Kaidah Jumlah**

PD :  $y'' - 5y' + 6y = e^x(2x - 3)$

**Solusi Umum  $y = y_c + y_p$**

**\*) Menentukan  $y_c$**

PD homogen  $y'' - 5y' + 6y = 0$

Persamaan karakteristik  $\lambda^2 - 5\lambda + 6 = 0$

Diskriminan,  $D = 25 - 24 = 1, D > 0$

Akar-akar persamaan karakteristiknya adalah  $\lambda_1 = 2 \lambda_2 = 3$

Jadi, solusi umum PD homogen, atau  $y_c = c_1e^{2x} + c_2e^{3x}$

**\*\*\*) Menentukan  $y_p$**

$y_p = ke^x(k_1x + k_0) = kk_1xe^x + kk_0e^x$

$y_p' = kk_1e^x + kk_1xe^x + kk_0e^x$

$y_p'' = kk_1e^x + kk_1e^x + kk_1xe^x + kk_0e^x$  (Substitusikan ke PD) diperoleh :

PD :  $y'' - 5y' + 6y = e^x(2x - 3)$

$\Leftrightarrow 2kk_1e^x + kk_1xe^x + kk_0e^x - 5(kk_1e^x + kk_1xe^x + kk_0e^x)$

$+ 6(kk_1xe^x + kk_0e^x) = e^x(2x - 3)$

$\Leftrightarrow 2kk_1e^x + kk_1xe^x + kk_0e^x - 5kk_1e^x - 5kk_1xe^x - 5kk_0e^x$

$+ 6kk_1xe^x + 6kk_0e^x = e^x(2x - 3)$

$\Leftrightarrow -3kk_1e^x + 2kk_1xe^x + 2kk_0e^x = e^x(2x - 3)$

$$\Leftrightarrow ke^x(2k_1x - 3k_1 + 2k_0) = e^x(2x - 3)$$

Dari persamaan di atas, diperoleh:

$$ke^x = e^x \text{ dan } 2k_1x - 3k_1 + 2k_0 = 2x - 3$$

$$*) ke^x = e^x \Leftrightarrow k = 1$$

$$**) 2k_1x = 2x \Leftrightarrow 2k_1 = 2 \Leftrightarrow k_1 = \frac{2}{2} \Leftrightarrow k_1 = 1$$

$$***) -3k_1 + 2k_0 = -3 \Leftrightarrow -3(1) + 2k_0 = -3 \Leftrightarrow -3 + 2k_0 = -3$$

$$\Leftrightarrow 2k_0 = -3 + 3 \Leftrightarrow 2k_0 = 0 \Leftrightarrow k_0 = 0$$

Substitusikan nilai di atas ke  $y_p = ke^x(k_1x + k_0)$ , diperoleh:

$$y_p = 1e^x(1x + 0)$$

Jadi, solusi khusus PD tak homogen atau  $y_p = xe^x$

**Jadi, Solusi Umum dari PD tersebut adalah  $y = c_1e^{2x} + c_2e^{3x} + xe^x$**

Dari yang diketahui, PD memiliki syarat awal yaitu  $y(0) = 1$  dan  $y'(0) = 3$

untuk menentukan nilai  $c_1$  dan  $c_2$

$$y = c_1e^{2x} + c_2e^{3x} + xe^x$$

Substitusikan syarat awal yang pertama  $y(0) = 1$ , diperoleh

$$\Leftrightarrow 1 = c_1e^{2(0)} + c_2e^{3(0)} + (0)e^{(0)}$$

$$\Leftrightarrow 1 = c_1 + c_2$$

$$\Leftrightarrow c_1 + c_2 = 1 \dots (i)$$

$$y' = 2c_1e^{2x} + 3c_2e^{3x} + e^x + xe^x$$

Substitusikan syarat awal yang kedua  $y'(0) = 3$ , diperoleh:

$$\Leftrightarrow 3 = 2c_1e^{2(0)} + 3c_2e^{3(0)} + e^{(0)} + (0)e^{(0)}$$

$$\Leftrightarrow 3 = 2c_1 + 3c_2 + 1$$

$$\Leftrightarrow 2c_1 + 3c_2 = 3 - 1$$



$$\Leftrightarrow 2c_1 + 3c_2 = 2 \dots \text{(ii)}$$

Eliminasi Persamaan (i) dan (ii) diperoleh :

$$\begin{array}{r|l} c_1 + c_2 = 1 & \times 2 \\ 2c_1 + 3c_2 = 2 & \times 1 \end{array} \quad \left| \quad \begin{array}{l} 2c_1 + 2c_2 = 2 \\ 2c_1 + 3c_2 = 2 \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} - \\ + \end{array}$$


---


$$-c_2 = 0$$

$$c_2 = 0$$

Substitusikan nilai  $c_2 = 0$  ke persamaan (i), diperoleh:

$$c_1 + c_2 = 1 \quad \Leftrightarrow \quad c_1 + 0 = 1 \quad \Leftrightarrow \quad c_1 = -1$$

Susbtitusikan nilai  $c_1$  dan  $c_2$  ke solusi umum, sehingga diperoleh

$$y = (1)e^{2x} + (0)e^{3x} + xe^x$$

$$y = e^{2x} + xe^x$$

**Jadi, Solusi umum dengan masalah nilai awal dari PD di atas adalah**

$$y = e^{2x} + xe^x$$

Selanjutnya akan di tunjukkan bahwa solusi umum  $y = e^{2x} + xe^x$ , bersesuaian

dengan PD  $y'' - 5y' + 6y = e^x(2x - 3)$

$$y = e^{2x} + xe^x$$

$$y' = 2e^{2x} + e^x + xe^x$$

$$y'' = 4e^{2x} + e^x + e^x + xe^x$$

Substitusikan ke PD  $y'' - 5y' + 6y = e^x(2x - 3)$ , diperoleh:

$$\Leftrightarrow 4e^{2x} + e^x + e^x + xe^x - 5(2e^{2x} + e^x + xe^x) + 6(e^{2x} + xe^x)$$

$$= e^x(2x - 3)$$

$$\Leftrightarrow 4e^{2x} + 2e^x + xe^x - 10e^{2x} - 5e^x - 5xe^x + 6e^{2x} + 6xe^x = e^x(2x - 3)$$

$$\Leftrightarrow 10e^{2x} - 10e^{2x} + 7xe^x - 5xe^x - 5e^x + 2e^x = 2xe^x - 3e^x$$

$$\leftrightarrow 2xe^x - 3e^x = 2xe^x - 3e^x$$

$$\leftrightarrow 0 = 0$$

**Jadi, Terbukti bahwa Solusi Umum bersesuaian dengan PD yang diberikan.**

### Lampiran 13. Data Hasil Jawaban Tes Mahasiswa

Soal Nomor 1(Kemampuan Metakognisi)

Soal Nomor 1.a

Responden	Elemen Metakognisi				Skor Total
	M1		M2	M3	
	I1	I2	I3	I4	
R1	4	4	4	4	16
R2	4	4	4	4	16
R3	4	4	4	4	16
R4	4	4	4	3	15
R5	4	4	4	3	15
R6	4	4	4	4	16
R7	4	3	2	2	11
R8	4	4	3	3	14
R9	4	4	2	2	12
R10	2	4	2	2	10
R11	4	4	4	2	14
R12	4	4	4	4	16
R13	4	3	2	0	9
R14	4	4	4	4	16
R15	4	3	3	2	12
R16	4	3	2	0	9
R17	4	4	4	2	14
R18	4	4	4	3	15
R19	4	3	2	2	11
R20	4	4	3	3	14
R21	4	3	2	1	10
R22	2	3	2	2	9
R23	1	4	4	4	13
R24	2	4	4	2	12
R25	4	4	4	4	16
R26	4	4	3	3	14
R27	4	2	2	1	9
R28	4	4	3	3	14
R29	4	4	4	0	12
R30	4	3	3	2	13
Σ	111	110	96	75	393
Nilai Akhir	92,5	91,7	80	62,5	

$$\text{Nilai Akhir} = \frac{\sum \text{Jumlah Skor}}{\text{Skor Ideal}} \times 100$$

Soal Nomor 1.b

Responden	Elemen Metakognisi				Skor Total
	M1		M2	M3	
	I1	I2	I3	I4	
R1	4	4	4	4	16
R2	4	4	4	4	16
R3	4	4	4	4	16
R4	4	4	4	3	15
R5	4	4	3	3	14
R6	4	4	4	4	16
R7	4	4	3	3	14
R8	2	4	3	3	12
R9	4	4	2	2	12
R10	4	4	3	2	13
R11	4	4	4	4	16
R12	4	4	4	4	16
R13	4	4	3	3	14
R14	2	4	4	4	14
R15	4	3	2	2	11
R16	4	4	3	3	14
R17	4	4	4	3	15
R18	4	4	4	3	15
R19	4	3	3	3	13
R20	4	4	4	3	15
R21	4	2	2	0	8
R22	4	3	2	2	11
R23	4	4	4	0	12
R24	4	3	3	2	12
R25	4	4	4	4	16
R26	4	4	4	3	15
R27	4	2	2	2	10
R28	4	4	4	3	15
R29	4	4	2	2	12
R30	4	4	4	3	15
$\Sigma$	116	112	100	85	413

Nilai Akhir	96,7	93,3	83,3	70,8	
-------------	------	------	------	------	--

$$\text{Nilai Akhir} = \frac{\sum \text{Jumlah Skor}}{\text{Skor Ideal}} \times 100$$

Soal Nomor 2 (Kemampuan Metakognisi)

Soal Nomor 2.a

Responden	Elemen Metakognisi				Skor Total
	M1		M2	M3	
	I1	I2	I3	I4	
R1	4	4	4	4	16
R2	4	4	4	4	16
R3	4	4	4	4	16
R4	4	4	4	4	16
R5	4	4	3	3	14
R6	4	4	4	4	16
R7	4	4	3	2	13
R8	4	4	4	4	16
R9	4	3	2	2	11
R10	2	4	4	3	13
R11	4	3	3	2	12
R12	4	4	4	4	16
R13	4	3	2	0	9
R14	4	4	4	4	16
R15	4	3	2	1	10
R16	4	1	1	0	6
R17	4	4	4	4	16
R18	4	4	4	4	16
R19	4	3	3	3	13
R20	4	4	3	2	13
R21	4	4	4	4	16
R22	4	2	2	2	10
R23	4	4	3	3	14
R24	2	4	4	3	13
R25	2	4	4	3	13
R26	4	4	3	2	13
R27	4	1	1	1	7
R28	4	4	3	3	14
R29	4	4	4	4	16

R30	4	4	4	4	16
$\Sigma$	114	113	101	89	417
Nilai Akhir	95	94,1	84,1	74,1	

$$\text{Nilai Akhir} = \frac{\Sigma \text{Jumlah Skor}}{\text{Skor Ideal}} \times 100$$

Soal Nomor 2.b

Responden	Elemen Metakognisi				Skor Total
	M1		M2	M3	
	I1	I2	I3	I4	
R1	4	4	4	4	16
R2	4	4	4	4	16
R3	4	4	4	3	15
R4	4	3	3	3	13
R5	4	3	3	3	13
R6	4	4	3	3	14
R7	4	4	4	4	16
R8	4	3	2	0	9
R9	4	3	2	2	11
R10	1	3	2	1	7
R11	4	3	2	2	11
R12	4	4	3	3	14
R13	4	4	4	4	16
R14	4	4	3	3	14
R15	4	2	2	2	10
R16	4	3	2	0	9
R17	4	3	3	3	13
R18	4	3	3	3	13
R19	4	3	3	2	12
R20	2	2	2	2	8
R21	4	2	2	1	9
R22	2	3	2	2	9
R23	4	4	3	2	13
R24	4	3	3	2	12
R25	0	3	3	2	8
R26	4	4	3	2	13
R27	4	2	2	2	10
R28	4	3	3	3	13

R29	4	4	4	4	16
R30	4	4	3	3	14
$\Sigma$	109	96	83	68	356
Nilai Akhir	90,8	80	69,1	56,7	

$$\text{Nilai Akhir} = \frac{\Sigma \text{Jumlah Skor}}{\text{Skor Ideal}} \times 100$$

Keterangan:

M1 = Mengadakan Perencanaan

M2 = Mengadakan Monitoring

M3 = Mengevaluasi Perencanaan

I1 = Mengidentifikasi Masalah

I2 = Merencanakan Penyelesaian

I3 = Melaksanakan Perencanaan

I4 = Mengevaluasi Kembali Hasil

#### Rata-rata Tiap Elemen Metakognisi Soal Nomor 1 dan 2

No. Soal	Elemen Metakognisi			
	M1		M2	M3
	I1	I2	I3	I4
1. (a)	92,5	91,7	80	62,5
(b)	96,7	93,3	83,3	70,8
2. (a)	95	94,1	84,1	74,1
(b)	90,8	80	69,1	56,7
<b>Rata-rata</b>	<b>93,7</b>	<b>89,8</b>	<b>79,1</b>	<b>66,1</b>

Soal Nomor 2 (Berpikir Kritis)

Soal Nomor 2.a

Responden	Berpikir Kritis						Skor Total
	K1	K2	K3	K4	K5	K6	
R1	4	4	4	4	4	4	24
R2	4	4	4	4	4	4	24
R3	4	4	4	4	3	4	23
R4	4	4	4	4	4	4	24
R5	4	4	3	3	3	3	20
R6	4	4	4	4	3	4	23
R7	4	4	3	3	2	2	18
R8	4	4	4	4	4	4	24
R9	4	3	2	2	2	2	15
R10	2	4	4	3	2	3	18

R11	4	3	3	3	4	2	19
R12	4	4	4	4	4	4	24
R13	4	3	2	2	4	0	15
R14	4	4	4	4	4	4	24
R15	4	3	2	2	4	1	16
R16	4	1	1	2	1	0	9
R17	4	4	4	3	3	4	22
R18	4	4	4	4	4	4	24
R19	4	3	3	3	3	3	19
R20	4	4	3	3	3	2	19
R21	4	4	4	3	4	4	23
R22	4	2	2	2	3	2	15
R23	4	4	3	3	3	3	20
R24	2	4	4	3	4	3	20
R25	2	4	4	4	3	3	20
R26	4	4	3	3	2	2	18
R27	4	1	1	1	2	1	10
R28	4	4	3	3	4	3	21
R29	4	4	4	4	2	4	22
R30	4	4	4	4	4	4	24
$\Sigma$	114	113	101	97	96	89	610
Nilai Akhir	95	94,1	84,1	80,8	80	74,1	

$$\text{Nilai Akhir} = \frac{\sum \text{Jumlah SKor}}{\text{Skor Ideal}} \times 100$$

Soal Nomor 2.b

Responden	Berpikir Kritis						Skor Total
	K1	K2	K3	K4	K5	K6	
R1	4	4	4	3	4	3	22
R2	4	4	4	3	4	3	22
R3	4	4	4	3	3	3	21
R4	4	3	3	3	4	3	20
R5	4	3	3	3	3	3	19
R6	4	4	3	3	3	3	20
R7	4	3	2	2	2	2	15
R8	4	3	2	2	4	0	15
R9	4	3	2	2	2	2	15
R10	1	3	2	2	2	1	11



R11	4	3	2	2	3	2	17
R12	4	4	3	3	3	3	21
R13	4	3	3	3	3	3	20
R14	4	4	3	3	3	3	21
R15	4	2	2	2	3	2	16
R16	4	3	2	2	1	0	12
R17	4	3	3	3	3	3	19
R18	4	3	3	3	3	3	20
R19	4	3	3	2	3	2	17
R20	2	2	2	2	3	2	13
R21	4	2	2	2	3	1	15
R22	2	3	2	2	3	2	14
R23	4	4	3	3	3	2	19
R24	4	3	3	3	3	2	19
R25	0	3	3	3	3	2	14
R26	4	4	3	3	2	2	18
R27	4	2	2	2	2	2	14
R28	4	3	3	3	2	3	20
R29	4	4	4	3	2	3	20
R30	4	4	4	3	3	3	21
$\Sigma$	109	96	84	88	85	68	530
Nilai Akhir	90,8	80	70	73,3	70,8	56,6	

$$\text{Nilai Akhir} = \frac{\Sigma \text{Jumlah Skor}}{\text{Skor Ideal}} \times 100$$

Keterangan:

K1 = *Focus*

K2 = *Reason*

K3 = *Inference*

K4 = *Situation*

K5 = *Clarity*

K6 = *Overview*

#### Rata-rata Tiap Indikator Berfikir Kritis Soal Nomor 2

No. Soal	Berfikir Kritis					
	K1	K2	K3	K4	K5	K6
2. (a)	95	94,1	84,1	80,8	80	74,1
(b)	90,8	80	70	73,3	70,8	56,6
<b>Rata-rata</b>	<b>92,9</b>	<b>87,1</b>	<b>77,1</b>	<b>77</b>	<b>75,4</b>	<b>65,4</b>

**Lampiran 14. Tabel  $r$**   
**Tabel  $r$  Product Moment**

N	Taraf Signifikansi	N	Taraf Signifikansi
	5%		5%
3	0.997	38	0.320
4	0.950	39	0.316
5	0.878	40	0.312
6	0.811	41	0.308
7	0.754	42	0.304
8	0.707	43	0.301
9	0.666	44	0.297
10	0.632	45	0.294
11	0.602	46	0.291
12	0.576	47	0.288
13	0.553	48	0.285
14	0.532	49	0.282
15	0.514	50	0.279
16	0.497	55	0.276
17	0.482	60	0.273
18	0.468	65	0.244
19	0.456	70	0.235
20	0.444	75	0.227
21	0.433	80	0.220
22	0.423	85	0.213
23	0.413	90	0.209
24	0.404	95	0.202
25	0.396	100	0.195
26	0.388	125	0.176
27	0.381	150	0.159
28	0.374	175	0.145
29	0.367	200	0.138
30	0.361	300	0.113
31	0.355	400	0.098
32	0.349	500	0.088
33	0.344	600	0.080
34	0.339	700	0.074
35	0.334	800	0.070
36	0.329	900	0.065
37	0.325	1000	0.062

**Lampiran 15. Riwayat Hidup Penulis**

1. Nama Lengkap : Nida Marsiana
2. Tempat Tanggal Lahir : Banua Hanyar, 21 Maret 1995
3. Agama : ISLAM
4. Kebangsaan : Indonesia
5. Status Perkawinan : Belum Menikah
6. Alamat : Desa Banua Hanyar Kecamatan  
Pandawan Kabupaten Hulu Sungai  
Tengah
7. Pendidikan
  - a. SDN 2 Banua Hanyar
  - b. SMP N 7 Barabai
  - c. SMK N 1 Barabai Jurusan Akuntansi
  - d. Universitas Islam Negeri Antasari Banjarmasin Jurusan Pendidikan  
Matematika
8. Nama Orang Tua :
  - Ayah : Zainal Arifin
  - Pekerjaan : Petani
  - Ibu : Salabiah
  - Pekerjaan : Ibu Rumah Tangga
  - Alamat : Barabai
9. Saudara (Jumlah Saudara) : 4

Banjarmasin, Januari 2018

Nida Marsiana

**Lampiran 16. Foto-Foto**

Gambar.1 Observasi pertama (Mahasiswa presentasi materi PD orde dua tak homogen secara berkelompok)



Gambar.2 Observasi kedua (Kegiatan belajar mengajar pertemuan terakhir matakuliah PD)



Gambar. 3 Suasana Ujian Akhir Semester dan Wawancara